অধ্যায়-১ আংশিক ভগ্নাংশ

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। প্রকৃত ভগ্নাংশ কাকে বলে?** বাকাশিবো- ২০০৩, ০৪, ২৪

সমাধান ঃ যে ভগ্নাংশের লব, হর অপেক্ষা ছোট তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। যেমন ঃ $\frac{x-3}{x^2+4}$

**** ২। অপ্রকৃত ভগ্নাংশ কাকে বলে?** বাকাশিবো- ২০০৫, ০৯'পরি

সমাধান ঃ যে ভগ্নাংশের লব, হর অপেক্ষা বড় বা সমান তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। যেমন ঃ $\frac{x^2+4}{x-3}$

*** ৩। $\frac{x^4}{x^4-1}$ কে আংশিক ভগ্নাংশ আকারে লেখ।**

সমাধান ঃ $\frac{x^4}{x^4-1} = \frac{(x^4-1)+1}{x^4-1}$

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{x^4-1} = 1 + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)}$$

$[a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

[লব ও হওরর পাওয়ার/ঘাত সমান তাই 1 যোগ হবে]

$$= 1 + \frac{1}{(x+1)(x-1)(x^2+1)}$$

$$\therefore \frac{x^4}{x^4-1} \equiv 1 + \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} + \frac{Cx+D}{x^2+1} \text{ (Ans.)}$$

** ৪। $\frac{3x+1}{(x+1)(x^2+3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। বাকাশিবো- ১১

সমাধান ঃ $\frac{3x+1}{(x+1)(x^2+3)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{bx+C}{x^2+3}$

হরের $x^2 \pm$ Constant থাকলে এই অংশে $Cx + D$ হবে অর্থাৎ $\frac{Cx+D}{x^2\pm1}$।
$(x+1)^2$ থাকায় $(x+1)$ একবার লেখবো আবার $(x+1)^2$ আর একবার লেখবো।

** ৫। $\frac{x^2-x-1}{(x+2)^2(x^2+1)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। বাকাশিবো- ১৩

সমাধান ঃ $\frac{x^2-x-1}{(x+2)(x^2+1)^2} \equiv \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1} + \frac{Ex+F}{(x^2+1)^2}$

** ৬। $\frac{x^2+1}{(x+1)^2(x^2+3)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশরূপে প্রকাশ কর।

বাকাশিবো- ২০১১'পরি, ২০১৩'পরি, ২৪

সমাধান ঃ $\frac{x^2+1}{(x+1)^2(x^2+3)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+3}$

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

আংশিক ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ কর ঃ

*** ১। $\frac{5x-12}{x^2-5x+6}$ বাকাশিবো- ১১, ১৮, ১৭'পরি, ২২

সমাধান ঃ $\frac{5x-12}{x^2-5x+6} \equiv \frac{5x-12}{x^2-3x-2x+6} \equiv \frac{5x-12}{x(x-3)-2(x-3)}$

$$\equiv \frac{5x-12}{(x-3)(x-2)}$$

$\therefore \frac{5x-12}{(x-3)(x-2)} \equiv \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2}$

বা, $\frac{(5x-12)(x-3)(x-2)}{(x-3)(x-2)} \equiv \frac{A(x-3)(x-2)}{(x-3)} + \frac{B(x-3)(x-2)}{(x-2)}$

[উভয়পক্ষকে $(x-3)(x-2)$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $5x-12 \equiv A(x-2)+B(x-3) \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

(i) নং সমীকরণে $x=2$ বসিয়ে পাই,

$(5\times 2)-12 = A(2-2)+B(2-3)$

বা, $10-12 = (A\times 0)-B$

বা, $-2 = 0-B$

$\therefore B = 2$

(i) নং সমীকরণে $x=3$ বসিয়ে পাই,

$(5\times 3)-12 = A(3-2)+B(3-3)$

বা, $15-12 = (A\times 1)+(B\times 0)$

বা, $3 = A+0$

$\therefore A = 3$

$\therefore \frac{5x-12}{(x-3)(x-2)} = \frac{3}{x-3} + \frac{2}{x-2}$ **(Ans.)**

** ২। $\frac{x^2+1}{x(x-2)^2}$ বাকাশিবো- ২০০৪, ১০'পরি, ১২'পরি, ২৪

সমাধান ঃ মনে করি, $\frac{x^2+1}{x(x-2)^2} \equiv \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}$

উভয় পক্ষকে $x(x-2)^2$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2 + 1 \equiv A(x-2)^2 + Bx(x-2) + Cx \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

সমীকরণ (i) এ $x = 0$ বসিয়ে পাই,

$0^2 + 1 = A(0-2)^2 + \{B \times 0(0-2)\} + (C \times 0)$

$\Rightarrow 0 + 1 = A(0-2)^2$

$\Rightarrow 1 = 4A$

$\therefore A = \frac{1}{4}$

সমীকরণ (i) এ $x = 2$ বসিয়ে পাই

$2^2 + 1 = A(2-2)^2 + \{B \times 2(2-2)\} + (C \times 2)$

বা, $2^2 + 1 = 0 + 0 + 2C$

বা, $4 + 1 = 2C$

বা, $5 = 2C$

$\therefore C = \frac{5}{2}$

সমীকরণ (i) এর উভয়পক্ষ হতে x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$1 = A + B$

$\therefore B = 1 - A = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{x^2+1}{x(x-2)^2} = \frac{1}{4x} + \frac{3}{4(x-2)} + \frac{5}{2(x-2)^2}$ **(Ans.)**

***** ৩। $\frac{1}{(x-1)^2(x-2)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।**

বাকাশিবো- ২০০৮, ১১, ১১'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, $\frac{1}{(x-1)^2(x-2)} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2} \dots\dots\dots\dots\dots (i)$

উভয় পক্ষকে $(x-1)^2(x-2)$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$1 \equiv A(x-1)^2 + B(x-2)(x-1) + C(x-2) \dots\dots\dots\dots\dots (ii)$

যেহেতু (ii) নং একটি অভেদ, অতএব এটি x এর সকল মানের জন্যই সত্য হবে।

(ii) নং এ x=2 বসিয়ে পাই, $1 = A(2-1)^2 + 0 + 0$

বা, $1 = A$

$\therefore A = 1$

(iii) নং এ x=1 বসিয়ে পাই, $1 = 0 + 0 + C(1-2)$

বা, $1 = -C$

$\therefore C = -1$

উভয়পক্ষ হতে x^2এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$O = A + B$

বা, $B = -A$

$\therefore B = -1$

A, B, C এর মান (i) নং বসিয়ে পাই, $\frac{1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2}$ এটাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ । **(Ans.)**

**** ৪ । $\frac{3x^2+2x-1}{(x-1)^2(x-2)}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর ।**

বাকাশিবো-২০০৬'পরি, ২০১৫, ২৪

সমাধান ঃ মনে করি, $\frac{3x^2+2x-1}{(x-1)^2(x-2)} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$.....(i)

উভয় পক্ষকে, $(x-1)^2(x-2)$ দ্বারা গুন করে পাই,

$3x^2 + 2x - 1 \equiv A\,(x-1)^2 + B(\,x-1)(x-2) + C(x-2) \ldots\ldots\ldots (ii)$

যেহেতু এটি একটি অভেদ, কাজেই x এর সকল মানের জন্যই সত্য ।

(ii) এ $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$12 + 4 - 1 = A\,(2-1)^2 + 0 + 0$

বা, $15 = A$

$\therefore A = 15$

(ii) এ $x = 1$ বসিয়ে পাই, $3 + 2 - 1 = 0 + 0 + C(\,1-2)$

বা, $4 = -C$

$\therefore C = -4$

(ii) এর উভয় পক্ষ হতে x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$3 = A + B$

বা, $B = 3 - A$

বা, $B = 3 - 15$

$\therefore B = -12$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \frac{15}{x-2} - \frac{12}{x-1} - \frac{4}{(x-1)^2}$ **(Ans.)**

৫। $\frac{7x-1}{1-5x+6x^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। বাকাশিবো- ২০০৪'পরি

সমাধান ঃ $\frac{7x-1}{1-5x+6x^2} = \frac{7x-1}{1-2x-3x+6x^2} = \frac{7x-1}{1(1-2x)-3x(1-2x)}$

$$= \frac{7x-1}{(1-2x)(1-3x)}$$

$$\therefore \frac{7x-1}{(1-2x)(1-3x)} \equiv \frac{A}{1-2x} + \frac{B}{1-3x}$$

বা, $7x - 1 \equiv A(1-3x) + B(1-2x) \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

[উভয়পক্ষকে $(1-2x)(1-3x)$ দ্বারা গুণ করে]

(i) নং এ $x = \frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই,

$$\left(7 \times \frac{1}{2}\right) - 1 = A\left(1 - 3 \times \frac{1}{2}\right) + B\left(1 - 2 \times \frac{1}{2}\right)$$

বা, $\frac{7}{2} - 1 = A\left(1 - \frac{3}{2}\right) + B(1-1)$

বা, $\frac{7-2}{2} = A\left(\frac{2-3}{2}\right) + 0$

বা, $\frac{5}{2} = -\frac{A}{2}$

$\therefore A = -5$

আবার, (i) নং এ $x = \frac{1}{3}$ বসিয়ে পাই,

$$7 \times \frac{1}{3} - 1 = A\left(1 - 3 \times \frac{1}{3}\right) + B\left(1 - 2 \times \frac{1}{3}\right)$$

বা, $\frac{7}{3} - 1 = A(1-1) + B\left(1 - \frac{2}{3}\right)$

বা, $\frac{7-3}{3} = 0 + B\left(\frac{3-2}{3}\right)$

বা, $\frac{4}{3} = \frac{B}{3}$

$\therefore B = 4$

$\therefore \frac{7x-1}{1-5x+6x^2} = \frac{-5}{1-2x} + \frac{4}{1-3x}$ **(Ans.)**

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

আংশিক ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

*** ১। $\frac{6x-3}{(x+1)^2\,(x-2)}$ বাকাশিবো- ১১, ১৫, ১৩

সমাধান ঃ মনে করি, $\frac{6x-3}{(x+1)^2\,(x-2)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x-2}$

বা, $6x - 3 \equiv A(x+1)(x-2) + B(x-2) + C(x+1)^2 \ldots\ldots\ldots (i)$

[উভয়পক্ষকে $(x+1)^2(x-2)$ দ্বারা গুণ করে]

(i) এ $x = -1$ বসিয়ে, $6(-1) - 3 = A(-1+1)(-1-2) + B(-1-2) + C(-1+1)^2$

বা, $-6 - 3 = 0 - 3B + 0$

বা, $-9 = -3B$ বা, $B = 3$

পুনরায়, (i) এ $x = 2$ বসিয়ে, $(6 \times 2) - 3 = A(2+1)(2-2) + B(2-2) + C(2+1)^2$

বা, $6 \times 2 - 3 = 0 + 0 + C(2+1)^2$

বা, $9 = 9C$ বা, $C = 1$

যেহেতু (i) হচ্ছে x এর একটি অভেদ, সুতরাং x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই, $0 = A + C$

বা, $A = -C = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $= \frac{-1}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x-2)}$

$= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2}$ **(Ans.)**

** ২। $\frac{x^2+x+1}{(x+1)^2(x^2+1)}$ বাকাশিবো- ২০০৯, ১৪, ১৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, $\frac{x^2+x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$

বা, $x^2 + x + 1 \equiv A(x+1)(x^2+1) + B(x^2+1) + (Cx+D)(x+1)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

[উভয়পক্ষকে $(x+1)^2(x^2+1)$ দ্বারা গুণ করে]

$x = -1$ (i) নং এর সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(-1)^2 - 1 + 1 = A(-1+1)\{(-1)^2 + 1\} +$
$B((-1)^2 + 1) + C\big((-1) + D\big)(-1+1)^2$
বা, $(-1)^2 - 1 + 1 = 0 + \{(-1)^2 + 1\}B + 0$
বা, $1 = 2B \therefore B = \frac{1}{2}$

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,
$x^2 + x + 1 = A(x^3 + x + x^2 + 1) + (x^2 + 1)B +$
$C(x^3 + 2x^2 + x) + D(x^2 + 2x + 1) \ldots\ldots\ldots\ldots (ii)$

$$[(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

(ii) নং সমীকরণ হতে x^3 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,
$A + C = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots (iii)$
x^2 এর সহগ সমাকৃত করে পাই,
$A + B + 2C + D = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots (iv)$

x বর্জিত রাশির সহগ সমীকৃত করে পাই,
$A + B + D = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots (v)$ $\left[\because B = \frac{1}{2}\right]$
$A + \frac{1}{2} + D = 1 \left[\therefore B = \frac{1}{2}\right]$
বা, $A + D = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2}$
বা, $A + D = \frac{1}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots (vi)$

$C = -A$ (iv) সমীকরণে বসিয়ে পাই, $\left[\therefore B = \frac{1}{2}\right]$

$A + \frac{1}{2} - 2A + D = 1$

বা, $-A + D = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2}$

বা, $-A + D = \frac{1}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots (vii)$

$(vi) + (vii)$,

$$A + D = \frac{1}{2}$$
$$-A + D = \frac{1}{2}$$

$$2D = 1$$

বা, $D = \frac{1}{2}$

D এর মান (vi) নং এ বসিয়ে পাই, $A + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\therefore A = 0$$

(iii) নং এ A এর মান বসিয়ে পাই,

$0 + C = 0 \therefore C = 0$

$\therefore \frac{x^2+x+1}{(x+1)^2(x^2+1)} = \frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{2(x^2+1)}$ **(Ans.)**

* ৩। $\frac{x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)^2}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। বাকাশিবো- ০৫

সমাধান ঃ

মনে করি, $\frac{x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)^2} \equiv \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{CX+D}{x^2+1}$..... (i)

উভয় পক্ষকে $(x^2+1)(x+1)^2$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$x^2 - x + 1 \equiv A(x^2+1)(x+1) + B(x^2+1) + (Cx+D)(x+1)^2$

$\equiv A(x^3+x^2+x+1) + B(x^2+1) + (Cx+D)(x^2+2x+1)$

$\equiv A(x^3+x^2+x+1) + B(x^2+1) + Cx^3 + 2Cx^2 + Cx + Dx^2 + 2Dx + D \ldots\ldots\ldots (ii)$

$x = -1$ বসিয়ে পাই, $1+1+1 = 0 + B(1+1) + 0$

বা, $3 = 2B \therefore B = \frac{3}{2}$

যেহেতু (ii) একটি অভেদ, সুতরাং উভয় পক্ষ হতে x^3 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$0 = A + C$

বা, $A = -C \ldots\ldots\ldots (iii)$

আবার, x^2 এর সহগ সমীকৃত করে পাই,

$1 = A + B + 2C + D$

বা, $1 = -C + \frac{3}{2} + 2C + D$

বা, $1 = C + \frac{3}{2} + D$

বা, $C + D = -\frac{1}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots..(iv)$

আবার, x এর সহগ সমীকৃত করে পাই, $-1 = A + C + 2D$

বা, $-1 = -C + C + 2D = 2D$

$\therefore D = -\frac{1}{2}$

এখন D এর মান (iv) এ বসিয়ে পাই, $C + D = -\frac{1}{2}$

বা, $C - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\therefore C = 0$

(iii) নং সমীকরণে C এর মান বসিয়ে পাই, $A = -C = 0$

A, B, C, D এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2-x+1}{(x^2+1)(x+1)^2} = 0 + \frac{3}{2(x+1)^2} + \frac{0-\frac{1}{2}}{x^2+1}$$

$= \frac{3}{2\,(x+1)^2} - \frac{1}{2(x^2+1)}$ এটাই নির্ণেয় আংশিক ভগ্নাংশ। **(Ans.)**

অধ্যায়-২ সূচক ধারা

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। $1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!}+\cdots\ldots\ldots$ কে e এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। বাকাশিবো- ২০০১ ,০৬'পরি, ২০১৩

সমাধান ঃ $1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\frac{1}{6!}+\cdots\ldots\ldots\infty \quad =\frac{1}{2}(e+\frac{1}{e})$

** ২। সূচক ধারা কাকে বলে? বাকাশিবো- ২০০৬, ১৩

সমাধান ঃ e^x এর বিস্তৃতিকে সূচক ধারা বলা হয়। অর্থাৎ $e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\cdots\infty$

*** ৩। a^x ধারাটি লেখ। বাকাশিবো- ২০০০, ০৪'পরি, ০৯, ১০'পরি, ১২, ২০

সমাধান ঃ $a^x=1+\frac{x}{1!}(loge^a)+\frac{x^2}{2!}(loge^a)^2+\cdots\ldots\ldots+\frac{x^n}{n!}(loge^a)^n+\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\infty$

*** ৪। e ধারাটি লেখ। বাকাশিবো- ২০০২, ০৩, ০৪, ০৬, ০৮, ১১, ২৪

সমাধান ঃ $e=1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}\ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{1}{n!}+\ldots\ldots\ldots\ldots\infty$

*** ৫। e^x এর ধারাটি লেখ। বাকাশিবো- ২০০৮, ১২, ১৪, ২২,২৪, ২৪' পরি

সমাধান ঃ $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots \infty$

*** ৬। e^{-x} এর ধারা বিস্তৃতি কর। বাকাশিবো- ২০০৫, ০৯, ১৪, ২০'পরি

সমাধান ঃ $e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{n!} + \cdots \infty$

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। প্রমাণ কর যে, e একটি সসীম সংখ্যা এবং এর মান 2 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং 3 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। বাকাশিবো- ২০০৭, ১১'পরি, ১২, ১৪, ১৫

সমাধান ঃ সসীম সংখ্যা ঃ অসীম থেকে ছোট যে কোনো সংখ্যা যা গণনা করা যায়, তাকে সসীম সংখ্যা বলে।

আমরা জানি, $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots \infty$

$= 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots \infty \left[\therefore 1! = 1 \therefore \frac{1}{1} = 1\right]$

$= 2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots \infty$

সুতরাং $e > 2[2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots \infty$ সংখ্যাটি অবশ্যই $> 2]$

আবার, $1! = 1$ এবং $2^0 = 1$

$\therefore \frac{1}{1!} = \frac{1}{2^0}$

$2! = 1.2$ এবং $2^1 = 2$

$\therefore \frac{1}{2!} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

$3! = 1.2.3 = 6$ এবং $2^2 = 4$

$\therefore \frac{1}{3!} < \frac{1}{2^2} \quad \left[\frac{1}{3!} = \frac{1}{6}, \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}, \frac{1}{6} < \frac{1}{4}\right]$

কারণ 1 এর 6 ভাগের 1 ভাগ অপেক্ষা 1 এর 4 ভাগের 1 ভাগ বৃহত্তর। সুতরাং তুলনামূলকভাবে ছোট হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের মান বড়গ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশের চেয়ে বড়

$4! = 1.2.3.4 = 24 > 2^3 \quad [2^3 = 8]$

$\therefore \frac{1}{4!} < \frac{1}{2^3}$]

অনুরূপভাবে $\frac{1}{5!} < \frac{1}{2^4}, \frac{1}{6!} < \frac{1}{2^5}$ ইত্যাদি

$\therefore e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots \infty < 1 + \left(1 + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots \infty\right)$

বা, $e < 1 + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots \infty\right)$

বা, $e < 1 + \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$

বা, $e < 1 + \frac{1}{\frac{2-1}{2}}$

বা, $e < 1 + \frac{1}{\frac{1}{2}}$

বা, $e < 1 + 1 \times \frac{2}{1}$

বা, $e < 3$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots \infty$ গুনোত্তর ধারাটির ১ম পদ, $a = 1$, সাধারণ অনুপাত $r = \frac{1}{2} \div 1 = \frac{1}{2}$ অসীম গুনোত্তর ধারার সমষ্টি, $S_\infty = \frac{1}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$

সুতরাং e এর মান 2 অপেক্ষা বৃহত্তর এবং 3 অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর এটি একটি সসীম সংখ্যা।

$\therefore 2 < e < 3$ **(Proved)**

*** ২) $\frac{1^2}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{5^2}{3!} + \frac{7^2}{4!} + \cdots \infty$ বাকাশিবো- ২০১৪, ১৫'পরি

সমাধান ঃ ধারাটির n^{th} পদ, $t_n = \frac{\{1+2(n-1)\}^2}{n!} = \frac{(1+2n-2)^2}{n!}$

$= \frac{(2n-1)^2}{n!} = \frac{4n^2-4n+1}{n!} = \frac{4n(n-1)+1}{n!}$

$= \frac{4n(n-1)}{n!} + \frac{1}{n!} = \frac{4n(n-1)}{n(n-1)(n-2)!} + \frac{1}{n!}$

$= 4.\frac{1}{(n-2)!} + \frac{1}{n!}$

$n = 1, 2, 3 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

$t_1 = 4.\frac{1}{(1-2)!} + \frac{1}{1!} = 4.\frac{1}{(-1)!} + \frac{1}{1!} = 4.0 + \frac{1}{1!}$

$[(-1)! = \infty]$

$t_2 = 4.\frac{1}{(2-2)!} + \frac{1}{2!} = 4.\frac{1}{0!} + \frac{1}{2!}$ $[0! = 1]$

$t_3 = 4.\frac{1}{(3-2)!} + \frac{1}{3!} = 4.\frac{1}{1!} + \frac{1}{3!}$..... ইত্যাদি।

উপরোক্ত পদগুলির যোগফল $= 4\left(0 + 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots \infty\right) + \left(\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots \infty\right)$

$= 4e + e - 1$ $\left[1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots \infty = e\right]$

$= 5e - 1$ **(Ans.)**

*** ৩। দেখাও যে, $(i)\ 1+\frac{1+2}{2!}+\frac{1+2+3}{3!}+\frac{1+2+3+4}{4!}+\ldots\ldots\ldots\ldots\infty=\frac{3}{2}e$

বাকাশিবো- ২০০১, ০৪, ১০, ১২'পরি, ২০

সমাধান ঃ এখানে, n^{th} পদ, $t_n=\frac{1+2+3+---n}{n!}$

$=\frac{n(n+1)}{2(n)!}\quad\left[1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}\right]$

$=\frac{n(n+1)}{2n(n-1)!}\ [n!=n(n-1)!]$

$=\frac{n+1}{2(n-1)!}$

$=\frac{(n-1)+2}{2(n-1)!}$

$=\frac{(n-1)}{2(n-1)!}+\frac{2}{2(n-1)!}$

$=\frac{(n-1)}{2(n-1)(n-2)!}+\frac{1}{(n-1)!}$

এখন, পর্যায়ক্রমে $n=1,2,3$ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

$t_1=\frac{1}{2(0-2)!}+\frac{1}{(1-1)!}=\left(\frac{1}{2}\times 0\right)+\frac{1}{0!}=\frac{1}{2}.0+1$

$t_2=\frac{1}{2(2-2)!}+\frac{1}{(2-1)!}=\frac{1}{2\times 0!}+\frac{1}{1!}=\frac{1}{2}.1+\frac{1}{1!}$

$t_3=\frac{1}{2(3-2)!}+\frac{1}{(3-1)!}=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{1!}\right)+\frac{1}{2!}$

$t_4=\frac{1}{2(4-2)!}+\frac{1}{(4-1)!}=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2!}\right)+\frac{1}{3!}$

এই পদগুলো যোগ করে প্রদত্ত ধারার যোগফল,

$$= \frac{1}{2}\left(0 + 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\infty\right) + \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\infty\right)$$

$$= \frac{1}{2}e + e \quad [e \text{ এর সূত্র}] = \frac{e+2e}{2} = \frac{3e}{2}$$

$$= \frac{3}{2}e \ (\boldsymbol{Showed})$$

8) $\boldsymbol{\frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \frac{3}{7!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\infty = \frac{1}{2}e^{-1}}$

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$$e^{-1} = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} - \frac{1}{7!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\infty$$

$$= \left(1 - \frac{1}{1!}\right) + \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}\right) + \left(\frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}\right) + \left(\frac{1}{6!} - \frac{1}{7!}\right) + \ldots\infty$$

$$= 0 + \frac{3-1}{!3} + \frac{5-1}{!5} + \frac{7-1}{!7} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\infty$$

$$[3! = (3 \times 2!), 5! = (5 \times 4!), 7! = (7 \times 6!)]$$

$$= \frac{2}{3!} + \frac{4}{5!} + \frac{6}{7!} + \cdots\infty$$

$$= 2\left(\frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \frac{3}{7!} + \ldots\ldots\ldots\infty\right)$$

$$= \frac{1}{3!} + \frac{2}{5!} + \frac{3}{7!} + \ldots\ldots\ldots\infty$$

$$\therefore \frac{1}{2}e^{-1} \quad (\boldsymbol{showed})$$

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। দেখাও যে, $\frac{2}{1!}+\frac{6}{2!}+\frac{12}{3!}+\frac{20}{4!}+\ \ldots\ldots\ldots.\infty = 3e$

বাকাশিবো- ২০০১, ১২'পরি, ০৪

অথবা, অসীম পর্যন্ত সমষ্টি নির্ণয় কর ঃ $\frac{2}{1!}+\frac{2+4}{2!}+\frac{2+4+6}{3!}+\cdots$

বাকাশিবো- ২০২০, ২০'পরি, ২৫

সমাধান ঃ প্রদত্ত ধারাটি ঃ $\frac{2}{1!}+\frac{6}{2!}+\frac{12}{3!}+\frac{20}{4!}+\ \ldots\ldots\ldots.\infty$

$\frac{1.2}{1!}+\frac{2.3}{2!}+\frac{3.4}{3!}+\frac{4.5}{4!}+\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\infty$

সুতরাং, $t_n = \frac{n(n+1)}{n!} = \frac{n(n+1)}{n(n-1)!}$

$$= \frac{n+1}{(n-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)+2}{(n-1)!}$$

$$= \frac{n-1}{(n-1)!}+\frac{2}{(n-1)!}$$

$$= \frac{n-1}{(n-1)(n-2)!}+\frac{2}{(n-1)!}$$

$$= \frac{1}{(n-2)!}+\frac{2}{(n-1)!}$$

এখন $n = 1,2,3,4$ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

$$t_1 = \frac{1}{(1-2)!}+\frac{2}{(1-1)!} = \frac{1}{(-1)!}+\frac{2}{0!} = 0+\frac{2}{1} = 2$$

$$t_2 = \frac{1}{(2-2)!}+\frac{2}{(2-1)!} = \frac{1}{0!}+\frac{2}{1!} = 1+2.\frac{1}{1!}$$

$t_3 = \frac{1}{(3-2)!} + \frac{2}{(3-1)!} = \frac{1}{1!} + \frac{2}{2!} = \frac{1}{1!} + 2.\frac{1}{2!}$

$t_4 = \frac{1}{(4-2)!} + \frac{2}{(4-1)!} = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} = \frac{1}{2!} + 2.\frac{1}{3!}$

পদগুলোর যোগফলে প্রদত্ত ধারার যোগফল।

$= \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots\ldots\ldots.\infty\right) + 2(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots..\infty)$

$= e + 2e$

$= 3e \quad (\boldsymbol{Showed})$

২। অসীম পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর ঃ

** $(\boldsymbol{i})\ \mathbf{1} + \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{1}!} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}!} + \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}!} + \ldots\ldots\ldots\ldots.\infty$

বাকাশিবো- ২০০০, ০৬'পরি, ১০, ২২, ২৪

সমাধান ঃ এখানে,

$1 + \frac{2}{1!} + \frac{3}{2!} + \frac{4}{3!} + \ldots\ldots..\infty = \frac{1}{0!} + \frac{2}{1!} + \frac{3}{2!} + \frac{4}{3!} + \ldots\ldots\ldots\infty$

সুতরাং, n তম পদ,

$t_n = \frac{n}{(n-1)!} = \frac{(n-1)+1}{(n-1)!} = \frac{n-1}{(n-1)!} + \frac{1}{(n-1)!} = \frac{(n-1)}{(n-1)(n-2)!} + \frac{1}{(n-1)!} = \frac{1}{(n-2)!} + \frac{1}{(n-1)!}$

এখন,

$n = 1,2,3$ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

$t_1 = \frac{1}{(1-2)!} + \frac{1}{(1-1)!} = \frac{1}{-1!} + \frac{1}{0!}$

$t_2 = \frac{1}{(2-2)!} + \frac{1}{(2-1)!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!}$

$t_3 = \frac{1}{(3-2)!} + \frac{1}{(3-1)!} = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!}$

$t_4 = \frac{1}{(4-2)!} + \frac{1}{(4-1)!} = \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!}$

এই পদগুলোর যোগফল,

$S = \left(\frac{1}{-1!} + \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ \dots\dots\infty\right) + (\frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots \dots\dots\dots.\infty)$

$= \left(0 + 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ \dots\dots\infty\right) + \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots\dots\dots..\infty\right) \quad [-1! = \infty, 0! = 1]$

$= e + e \quad \left[e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots \infty\right]$

$= 2e$ **(Ans.)**

*** ৩। $\frac{2}{1!}+\frac{2+4}{2!}+\frac{2+4+6}{3!}+\cdots\infty$ অসীম ধারাটির যোগফল নির্ণয় কর।

বাকাশিবো- ২০০০, ০৩, ১১, ১১'পরি

সমাধান ঃ

ধারাটির n^{th} তম পদ $= t_n = \frac{2+4+6+\cdots+2n}{n!}$

$$= \frac{2(1+2+3+\cdots+n)}{n!} = \frac{2n(n+1)}{2n!}$$

$$\left[1+2+3\ldots\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$= \frac{n(n+1)}{n(n-1)!} = \frac{n+1}{(n-1)!} = \frac{n-1+2}{(n-1)!} = \frac{n-1}{(n-1)!}+\frac{2}{(n-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)}{(n-1)(n-2)!}+\frac{2}{(n-1)!} = \frac{1}{(n-2)!}+\frac{2}{(n-1)!}$$

$n = 1, 2, 3 \ldots\ldots$ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,

$$t_1 = \frac{1}{(1-2)!}+\frac{2}{(1-1)!} = \frac{1}{(-1)!}+\frac{2}{0!} = 0 + 2.1$$

$$[(-1)! = \infty, 0! = 1]$$

$$t_2 = \frac{1}{(2-2)!}+\frac{2}{(2-1)!} = \frac{1}{0!}+\frac{2}{1!} = \frac{1}{1!}+\frac{2}{1!}$$

$$t_3 = \frac{1}{(3-2)!}+\frac{2}{(3-1)!}$$

$$= \frac{1}{1!}+\frac{2}{2!} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ইত্যাদি}$$

উপরোক্ত পদগুলির যোগফল $= \left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots\infty\right)+$

$2\left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}\ldots\infty\right)$

$$= e + 2e = 3e \textbf{ (Ans.)}$$

অধ্যায়-৩ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা সূচকের দ্বিপদী উপপাদ্য

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা সূচকের দ্বিপদী উপপাদ্য লেখ।** বাকাশিবো- ২০১৫

সমাধান ঃ n এর মান সূচকের ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে

$$(a+x)^n = a^n + n_{c_1}a^{n-1}x + n_{c_2}a^{n-2}x^2 + \dots\dots\dots + n_{c_r}a^{n-r}x^r + \cdots\dots\dots\dots\dots + x^n$$

***** ২। $\left(\frac{x}{a}+\frac{a}{x}\right)^{20}$ এর বিস্তৃতির মধ্যপদ কত?**

বাকাশিবো- ২০০৩'পরি, ০৫, ১১'পরি, ১২, ১৪'পরি

সমাধান ঃ দ্বিপদী রাশিটির $n = 20$, একটি জোড় সংখ্যা । অতএব এর মধ্যপদ হবে একটি, উহা বিস্তৃতির $\left(\frac{20}{2}+1\right) = 11$ তমপদ।

****৩। $(1+x)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০১১, ১৪

সমাধান ঃ এখানে, $n = 12$ একটি জোড় সংখ্যা অতএব মধ্যপদ একটি

$\therefore (1+x)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ বা

$\left(\frac{12}{2}+1\right)$ তমপদ $= 6+1$ তমপদ $= 12_{c_6} \times x^6$

$\therefore$ মধ্য পদের মান $= 12_{c_6} \times x^6$ **(Ans.)**

*** ৪। $(1-x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি লেখ।

বাকাশিবো- ২০০৪'পরি, ১০'পরি, ১৩'পরি, ১৪'পরি, ১৫'পরি

সমাধান ঃ সাধারণ পদ বা $(r+1)$ তম পদ $= (-1)^r n_{C_r} x^r$

*** ৫। $\left(x+\frac{1}{x}\right)^7$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি কত?

বাকাশিবো- ২০০২, ০৭, ০৯'পরি, ১০, ১১'পরি, ১৪, ২৩' পরি, ২৪

সমাধান ঃ $7 =$ বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং মধ্যপদ দুইটি, ১ম পদ $= \left(\frac{7+1}{2}\right) = 4$ তম পদ এবং ২য় মধ্য পদ $= \frac{7+3}{2} = 5$ তম পদ।

*** ৬। $(1+x)^{-3}$ এর পথম তিনটি পদ বের কর।

বাকাশিবো- ২০০২, ০৪, ০৬, ১৪, ১৪'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \cdots$

$$\therefore (1+x)^{-3} = 1 + (-3)x + \frac{(-3)(-3-1)}{2}.x^2 + \cdots$$

$$= 1 - 3x + \frac{(-3)(-4)}{2}x^2 + \cdots$$

$$= 1 - 3x + 6x^2$$

$\therefore$ ১ম তিনটি পদ $= 1 - 3x + 6x^2$ **(Ans.)**

৭। $(1+x)^{-1}$ এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর। বাকাশিবো- ২০০০, ০২'পরি

সমাধান ঃ $(1+x)^{-1} = 1 + (-1)x + \frac{(-1)(-1-1)}{2!}x^2 + \frac{(-1)(-1-1)(-1-2)}{3!}x^3 + \cdots$

$$= 1 - x + \frac{(-1)(-2)}{2}x^2 + \frac{(-1)(-2)(-3)}{3\times2\times1}x^3 + \cdots$$

$$= 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots$$

*** ৮। $(1+x)^{-3}$ এর বিস্তার নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ $(1+x)^{-3}$ এর বিস্তৃতির প্রথম চারটি পদ $= 1 - 3x + 6x^2 - 10x^3$.

৯। $(a-b)^{20}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি লেখ। বাকাশিবো- ২০২২

সমাধান ঃ (r+1) তম পদ $= {}^{20}C_r\, a^{20-r}.(-b)^r$

১০। $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মোট কয়টি পদ আছে? বাকাশিবো- ২০২৫

সমাধান ঃ $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদ আছে $= (n+1)$ সংখ্যক।

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

** ১) $\left(3x-\frac{2}{x^2}\right)^{15}$ বাকাশিবো- ২০০৩, ০৪'পরি, ২০০৮

সমাধান ঃ

মনে করি, $(r+1)$ তম পদে x নিরপেক্ষ।

$\therefore (r+1)$ তম পদ $= {}^{15}C_r\,(3x)^{15-r}\left(-\frac{2}{x^2}\right)^r$

$= {}^{15}C_r\,3^{15-r}x^{15-r}(-2)^r x^{-2r}$

$= {}^{15}C_r\,3^{15-r}(-2)^r x^{15-3r}$

যেহেতু $(r+1)$তম পদে x নিরপেক্ষ।

সুতরাং $x^{15-3r}=x^0$

বা, $15-3r=0$

বা, $r=15$

$\therefore$ 6 তম পদে x নিরপেক্ষ।

$\therefore$ নির্ণেয় পদের মান $= {}^{15}C_5\,3^{15-5}(-2)^5x^{15-15}$

$= -{}^{15}C_5\,3^{10}2^5$ **(Ans.)**

** ২। $\frac{(1+x)}{(1-x)^2}$ এর বিস্তৃতিতে x^r এর সহগ নির্ণয় কর। বাকাশিবো-২০০৬, ১১

সমাধান ঃ

$$\frac{(1+x)}{(1-x)^2} = (1+x)(1-x)^{-2}$$

$$= (1+x)\{1+2x+3x^2+4x^3+ \ldots\ldots + rx^{r-1}+(r+1)x^r+ \ldots\ldots\}$$

$$= [1+2x+3x^2+4x^3+\cdots+(r+1)x^r+\cdots]+[x+2x^2+3x^3+\cdots+rx^r+(r+1)x^{r+1}+..]$$

$\therefore x^r$ এর সহগ $= (r+1)+r = 2r+1$ **(Ans.)**

* ৩। $\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^{18}$ এর বিস্তৃতি হতে ধ্রুব পদটি বের কর এবং এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ $\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^{18} = \left\{\left(\frac{1}{x^2}\right)+(-x)\right\}^2$

মনে করি, $(r+1)$তম পদ x বর্জিত।

$$\therefore T_{r+1} \text{ তম পদ} = {}^{18}C_r\left(\frac{1}{x^2}\right)^{18-r}.(-x)^r$$

$$= (-1)^r.{}^{18}C_r.\frac{1}{x^{36-2r}}.x^r$$

$$= (-1)^r.{}^{18}C_r.x^{3r-36}$$

যেহেতু এ পদের x বর্জিত, সুতরাং x এর সুচকের মান শূন্য।

$\therefore 3r - 36 = 0.$

বা, $3r = 36$

বা, $r = 12$

সুতরাং, $T_{r+1} = T_{12+1} = T_{13}$ অর্থাৎ 13 তম পদটিতে x থাকবে না।

$\therefore T_{13} = (-1)^{12}.\ ^{18}C_{12}$

বা, $T_{13} = \ ^{18}C_6$

$\therefore T_{13} = 18564$

∴ নির্ণেয় x বর্জিত পদ 13 তম এবং এর মান 18564. **(Ans.)**

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। $\left(2x - \frac{1}{3x^2}\right)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদটির মান নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০৬, ১৪, ১৪'পরি, ২২

সমাধান ঃ $\left(2x - \frac{1}{3x^2}\right)^{12} = \left\{2x + \left(-\frac{1}{3x^2}\right)\right\}^{12}$

মনে করি, $(r+1)$ তম পদটি x বর্জিত।

$\therefore (r+1)$ তম পদ$= 12_{c_r}(2x)^{12-r}\left(-\frac{1}{3x^2}\right)^r$

$[n_{C_r}.a^{n-r}.x^r]$

$= 12_{c_r}2^{12-r}.x^{12-r}.(-1)^r.3^{-r}.x^{-2r}$

$= 12_{c_r} 2^{12-r}(-1)^r . 3^{-r} . x^{12-r-2r}$

$= 12_{c_r} 2^{12-r}(-1)^r . 3^{-r} . x^{12-3r}$

যেহেতু $(r+1)$ তম পদটি x বর্জিত।

$12 - 3r = 0$

বা, $3r = 12$

বা, $r = \frac{12}{3}$

$\therefore r = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় x বর্জিত পদের মান $= 12_{c_4} . 2^{12-4}(-1)^4 . \frac{1}{3^4}$

$= 12_{c_4} . 2^8 . \frac{1}{3^4}$

$= 12_{c_4} . 2^8 . 3^{-4}$ **(Ans.)**

***** ২। $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম ও 22 পদ দুটি পরস্পর হলে, x এর মান নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ

এখানে,

$(20+1)$ তম পদ $= 44_{C_{20}} . (1)^{44-20} . x^{20}$

$[n_{C_r} a^{n-r} x^r]$

এবং, $(21+1)$ তম পদ $= 44_{C_{21}} (1)^{44-21} . x^{21}$

প্রশ্নানুসারে, $44_{c_{20}}x^{20} = 44_{c_{21}}x^{21}$

বা, $\frac{44!}{20!(44-20)!}x^{20} = \frac{44!}{21!(44-21)!}x^{21}$

বা, $\frac{1}{20!24!} = \frac{1}{(21\times20!)23!}x^{21-20}$

বা, $\frac{1}{20!\,24\times23!} = \frac{1}{21\times20!\times23!}.x$

$\therefore x = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$

$\therefore$ নির্ণেয় x এর মান $= \frac{7}{8}$ **(Ans.)**

**** ৩। দেখাও যে, $(1+x)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $(1+x)^{2n-1}$এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগের দ্বিগুণ।** বাকাশিবো- ২০১১'পরি

সমাধান ঃ

$(1+x)^{2n}$ এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ$= 2n_{c_n}$

$(1+x)^{2n-1}$এর বিস্তৃতিতে x^n এর সহগ $= 2n-1_{c_n}$

এখন, $\frac{2n!}{n!(2n-n)!} \times \frac{n!(2n-1-n)!}{(2n-1)!}$

$= \frac{2n(2n-1)!}{n!n!} \times \frac{n!(n-1)!}{(2n-1)!}$

$= \frac{2n}{n(n-1)!} \times \frac{(n-1)!}{1} = \frac{2n}{n} = 2$

$\therefore 2n_{c_n} = 2 \times 2n-1_{c_n}$ **(Showed)**

***** ৪। $(1+x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদটি নির্ণয় কর ।**

DUET 2017-18, বাকাশিবো- ২০১৫, ২৪

সমাধান ঃ আমরা জানি, (r+1) তম পদ $=\frac{n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots(n-r+1)}{!r}$

$\therefore (1+x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ

$$=\frac{-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-1\right)\left(-\frac{1}{2}-2\right)\ldots\ldots\left(-\frac{1}{2}-r+1\right)}{r!}.x^r$$

$$=(-1)^r\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(\frac{1}{2}+2\right)\ldots\ldots\left(\frac{1}{2}+r-1\right)}{r!}x^r$$

$$=(-1)^r\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1+2}{2}\right)\left(\frac{1+4}{2}\right)+\cdots+\left(\frac{1+2r-2}{2}\right)}{r!}x^r$$

$$=(-1)^r\frac{1.3.5\ \ldots\ldots(2r-1)}{2^r r!}.x^r$$

$$=(-1)^r\frac{\{1.3.5\ \ldots..(2r-1)\}\{2.4.6\ldots\ldots 2r\}}{2^r r!\,\{2.4.6\ldots\ldots..2r\}}x^r$$

[লব ও হরকে $(2.4.6\ldots 2r)$ দ্বারা গুণ করে]

$$=(-1)^r\frac{1.2.3.4.5.6\ldots..(2r-1).2r}{2^r r!\{(2.1).(2.3)\ldots\ldots(2.r)\}}.x^r$$

$$=(-1)^r\frac{2r!}{r!\,2^r 2^r(1.2.3\ldots\ldots r)}.x^r$$

$$=(-1)^r.\frac{2r!}{(2^r)^2(r!)^2}.x^r$$

$$=(-1)^r.\frac{2r!}{(r!)^2.(2^2)^r}.x^r$$

$$=(-1)^r\frac{2r!}{(r!)^2}\left(\frac{x}{4}\right)^r \textbf{(Ans.)}$$

৫। দ্বিপদ রাশিগুলোর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ এবং এর মান নির্ণয় কর।

*** (i) $\left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$ বাকাশিবো- ২০০৪, ০৯, ১২, ১৪, ২৪

সমাধান ঃ

$\left(2x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম

পদ $= {}^{10}C_r (2x^2)^{10-r} \left(-\frac{1}{2x^3}\right)^r$

$= {}^{10}C_r (2)^{10-r} (x)^{20-2r} \left(-\frac{1}{2}\right)^r x^{-3r}$

$= {}^{10}C_r 2^{10-r} \left(-\frac{1}{2}\right)^r x^{20-5r}$

যদি $(r+1)$তম পদে x বর্জিত থাকে, তবে

$20 - 5r = 0$

বা, $r = 4$

$\therefore 4 + 1 = 5$ তম পদে x বর্জিত।

$\therefore$ নির্ণেয় পদের মান $= {}^{10}C_4 2^{10-4} \left(-\frac{1}{2}\right)^4$

$= {}^{10}C_4 . 2^6 . \frac{1}{2^4}$

$= 840$ **(Ans.)**

*** ৬। দেখাও যে, $(1-2x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদের সহগ $\frac{2r!}{(r!)^2 1^r}$

বাকাশিবো- ২০১১'পরি, ১৩, ১৪, ২৩, ২৪

সমাধান ঃ

আমরা জানি, $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ $= \frac{n(n-1)\,(n-2)\ldots\ldots(n-r+1)}{r!}.x^r$

$\therefore (1-2x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ

$$= \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}-1\right)\left(-\frac{1}{2}-2\right)\ldots\ldots\ldots\left(-\frac{1}{2}-r+1\right)}{r!}.(-2x)^r$$

$$= \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{5}{2}\right)\ldots\ldots\ldots\left(-\frac{2r-1}{2}\right)}{r!}.(-1)^r.2^r.x^r$$

$$= (-1)^r.\frac{1}{2^r}.\frac{1.3.5\ \ldots\ldots\ldots(2r-1)}{r!}.(-1)^r.2^r.x^r$$

$$= (-1)^{2r}.\frac{1.3.5\ \ldots\ldots\ldots(2r-1)}{r!}.x^r \qquad [\because (-1)^{2r} = 1]$$

$\therefore x^r$ এর সহগ $= \frac{1.3.5\ \ldots\ldots\ldots(2r-1)}{r!}$

$$= \frac{1.3.5\ \ldots\ldots\ldots(2r-1)\,\{2.4.6\ldots(2r)\}}{r!\ \{2.4.6\ldots(2r)\}}$$

$$= \frac{1.2.3.4.5\ \ldots\ldots\ldots(2r-1)\ 2r}{r!\ \{(2.1).(2.2)(2.3)\ldots(2.r)\}}$$

$$= \frac{2r!}{r!\ (2.2.2\ldots\ldots2)(1.2.3\ldots\ldots r)}$$

$$= \frac{2r!}{r!\ 2r\ r!}$$

$$= \frac{2r!}{(r!)^2\ 2r}$$ (দেখানো হলো)

*** ৭। দেখাও যে, $(1-4x)^{-\frac{1}{2}}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদটির মান $\frac{2r!}{(r!)^2}x^r$ **DUET- 2017-18, বাকাশিবো- ২০১১'পরি, ১৩'পরি, ১৪, ১৫**

সমাধান ঃ

$(1+x)^{-1/2}$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ

$$= \frac{-1/2(-1/2-1)(-1/2-2)\ldots\ldots(-1/2-r+1)}{r!}(-4x)^r$$

$$= (-1)^r \times \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(\frac{1}{2}+2\right)\ldots\ldots\left(\frac{1}{2}+r-1\right)}{r!}(-1)^r.4^r.x^r$$

$$= (-1)^{2r} \times \frac{\frac{1}{2}.\frac{3}{2}.\frac{5}{2}\ldots\ldots\left(\frac{2r-1}{2}\right)}{r!}2^{2r}.x^r$$

$$= (-1)^{2r}\frac{1.3.5\ldots\ldots(2r)-1}{2r.2r!}2^{2r}.x^r$$

$$= \frac{1.3.5\ldots\ldots(2r-1)}{r!}2^r.x^2$$

$$= \frac{1.3.5\ldots\ldots(2r-1)2.4.6\ldots\ldots 2r}{r!\ 2.4.6\ldots\ldots 2r}2^r.\ x^r$$

[লব ও হরকে $2.\ 4.\ 6\ldots 2^r$ দ্বারা গুণ করি]

$$= \frac{1.2.3.4.5.6\ldots\ldots(2r-1)2r}{r!\ 2^r(1.2.3\ldots r)}2^r.x^r$$

$$= \frac{2r!}{r!\ r!}x^r \qquad [1.2.3\ldots\ldots r = r!]$$

$$= \frac{2r!}{(r!)^2}x^r \quad \textbf{(Showed)}$$

অধ্যায়-৪

বৃত্ত

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। বৃত্ত হওয়ার শর্তগুলো লিখ।** বাকাশিবো- ২০১৩, ১৪'পরি

উত্তর ঃ বৃত্ত হওয়ার শর্তগুলো হল ঃ

১. সমীকরণটি দ্বিঘাত হতে হবে।

২. x^2, y^2 এর সহগ সমান হতে হবে।

৩. xy সমন্বিত কোন পদ থাকবে না।

***** ২। বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ লেখ।**

অথবা, আদর্শ বৃত্তের সমীকরণ লেখ।

বাকাশিবো- ২০০১, ০৪'পরি, ০৫'পরি, ০৯'পরি, ১১, ১৩,২২,২৪

উত্তর ঃ বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ হলো ঃ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

**** ৩। X- অক্ষের উপর কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০৬' পরি, ১২

উত্তর ঃ X- অক্ষের উপর $f = 0$

বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 2gx + c = 0$

***** ৪। (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত বৃত্তের সমীকরণ লেখ।** বাকাশিবো- ২০০৩, ১২, ১৩

উত্তর ঃ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

***** ৫। কেন্দ্র (-1, -2) এবং ব্যাসার্ধ 5 বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ লেখ।**

বাকাশিবো- ২০১৩, ১৪'পরি

উত্তর ঃ দেওয়া আছে, কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (-1, -2) এবং ব্যাসার্ধ = 5

বৃত্তটির সমীকরণ, $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 5^2$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 25$$

$$[(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$$

$$\therefore x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0 \textbf{ (Ans.)}$$

**** ৬। (-7, 4) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?**

বাকাশিবো- ২০০৪, ১০'পরি

উত্তর ঃ যেহেতু বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করে সেহেতু এর ব্যাসার্ধ কেন্দ্রের কোটির মানের সমান, অর্থাৎ বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 4 একক। **(Ans.)**

**** ৭। $x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র কোন্ অক্ষের উপর অবস্থিত?**

বাকাশিবো- ২০০২, ০২'পরি, ০৩

উত্তর ঃ দেওয়া আছে, বৃত্তটির সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$

এখানে, $f = 0$

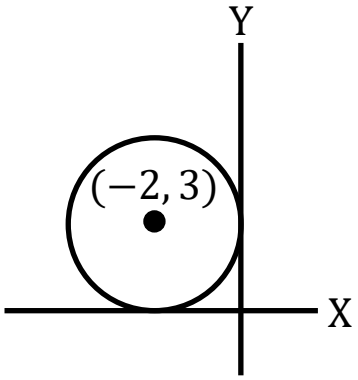
সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্রটি X অক্ষের উপর অবস্থিত।

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। (–2, 3) কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং X অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০২২, ২২'পরি

উত্তর ঃ দেওয়া আছে,

কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (-g, -f) = (-2, 3)



$\therefore g = 2, f = -3$

আবার, যেহেতু বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করে,

তাই, $g^2 = c$

$\Rightarrow c = g^2 = 2^2 = 4$

$\therefore c = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + (2 \times 2x) + \{2 \times (-3)y\} + 4 = 0$

[g, f ও c এর মান বসিয়ে]

$\therefore x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$ **(Ans.)**

***** ২। (2, 3) কেন্দ্রবিশিষ্ট এবং X অক্ষকে স্পর্শ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৩, ১২, ১৪

উত্তর ঃ দেওয়া আছে,

বৃত্তের কেন্দ্র (g, f) = (2, 3)এবং বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করে।

$\therefore g^2 = c$

$c = 2^2 = 4$

$\therefore$ বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - (2 \times 2 \times x) - (2 \times 3 \times y) + 4 = 0$

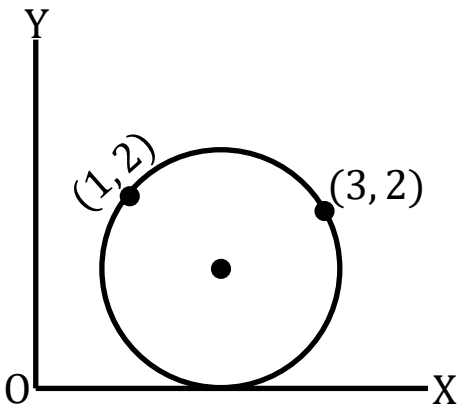
[g, f এবং c এর মান বসিয়ে]

$\therefore x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ **(Ans.)**

***** ৩। একটি বৃত্ত (1, 2) ও (3, 2) বিন্দু দিয়ে যায় এবং X অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০২'পরি, ১৩, ১৪'পরি

উত্তর ঃ দেওয়া আছে, বৃত্তটি (1, 2) ও (3, 2) বিন্দু দিয়ে যায়।

বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0$ - - -- - - -(1)



বৃত্তটি (1, 2) বিন্দু দিয়ে যায়,

$\Rightarrow 1^2 + 2^2 - (2g \times 1) - (2f \times 2) + c = 0$

$\Rightarrow 5 - 2g - 4f + c = 0$

$\Rightarrow -2g - 4f + c = -5$ -- - - - - - (2)

আবার, বৃত্তটি (3, 2) বিন্দু দিয়ে যায়,

$\Rightarrow 3^2 + 2^2 - (2g \times 3) - (2f \times 2) + c = 0$

$\Rightarrow 9 + 4 - 6g - 4f + c = 0$

$\Rightarrow -6g - 4f + c = -13$ - -- -- - -- - (3)

(2) নং হতে (3) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$-2g - 4f + c = -5$$
$$-6g - 4f + c = -13$$
$$(+) \quad (+) \quad (-) \quad (+)$$
$$4g = 8$$
$$g = 2$$

যেহেতু বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করে,

$$\therefore g^2 = c \quad \Rightarrow c = 2^2 = 4$$

g ও c এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$-2g - 4f + c = -5$$
$$\Rightarrow -(2 \times 2) - 4f + 4 = -5$$
$$\Rightarrow -4 - 4f + 4 = -5$$
$$\Rightarrow -4f = -5$$
$$\Rightarrow f = \frac{5}{4}$$

g, f ও c এর মান (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x^2 + y^2 - (2 \times 2 \times x) - \left(2 \times \frac{5}{4} \times y\right) + c = 0$$
$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - \frac{5}{2}y + 4 = 0$$
$$\therefore 2x^2 + 2y^2 - 8x - 5y + 8 = 0$$ **(Ans.)**

***** ৪। একটি বৃত্ত (0, 3) ও (0, 7) বিন্দুদ্বয় দিয়ে যায় এবং X অক্ষকে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৫, ০৬'পরি, ১২'পরি

উত্তর ঃ যেহেতু বৃত্তটি X অক্ষকে স্পর্শ করে,

$\therefore g^2 = c$

বৃত্তটি (0, 3) ও (0, 7) দিয়ে যায়,

বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0$ - -- - - (1)

$(0,\ 3) \rightarrow 0^2 + 3^2 - (2 \times g \times 0) - (2 \times 3 \times f) + c = 0$ ..... 2)

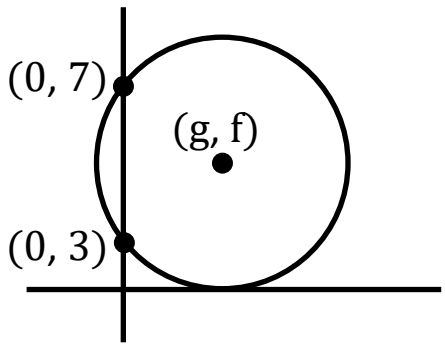
$\Rightarrow 0 + 9 - 0 - 6f + c = 0$

$\Rightarrow -6f + c + 9 = 0$

$(0,\ 7) \rightarrow 0^2 + 7^2 - (2 \times g \times 7) - (2 \times 0 \times f) + c = 0$ ..... (3)

$\Rightarrow 0 + 49 - 14g - 0 + c = 0$

$\Rightarrow 14g + c + 49 = 0$



(2) ও (3) নং হতে পাই,

$f = 5; c = 21;$

এখন, $g^2 = c$

$\Rightarrow g^2 = 21$

$\Rightarrow g = \pm\sqrt{21}$

বৃত্তের সমীকরণ ঃ $x^2 + y^2 \pm 2\sqrt{21}x - (2 \times 5 \times y) + 21 = 0$

$\therefore x^2 + y^2 \pm 2\sqrt{21}x - 10y + 21 = 0$ **(Ans.)**

***** ৫। একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্র (4, 5) বিন্দুতে অবস্থিত এবং $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে যায়।** **DUET: 1998-99, বাকাশিবো- ২০০১'পরি, ২০১৩**

উত্তর ঃ দেওয়া আছে, $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$

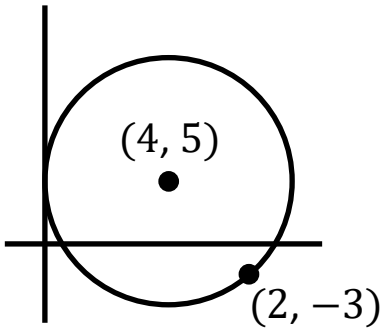
$\Rightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$

$[\,(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2\,]$

যার কেন্দ্র (–2, 3), ব্যাসার্ধ = 5

বৃত্তটির কেন্দ্র (4, 5) এবং

বৃত্তটি (–2, 3) বিন্দু দিয়ে যায়।



$\therefore (-2-4)^2 + (3-5)^2 = a^2$

$\Rightarrow (-6)^2 + (-2)^2 = a^2$

$\Rightarrow 36 + 4 = a^2$

$\therefore a^2 = 40$

নির্ণেয় বৃত্তের সমীকরণ, $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 40$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 - 10y + 25 = 40$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 8x - 10y + 41 - 40 = 0$

$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$ **(Ans.)**

***** ৬। (5, 6) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি $3x + 4y - 24 = 0$ রেখাকে স্পর্শ করে, এর সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৮, ১০'পরি, ২২,২৩

উত্তর ঃ দেওয়া আছে, (5, 6) কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি $3x + 4y - 24 = 0$ রেখাকে স্পর্শ করে।

সুতরাং কেন্দ্র এবং রেখার মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বই হবে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ।

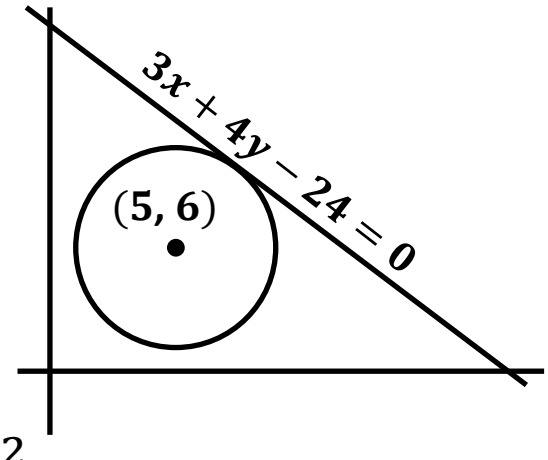
$$\frac{3x+4y-24}{\sqrt{3^2+4^2}} = \pm r$$

$$\Rightarrow \frac{(3\times5)+(4\times6)-24}{5} = \pm r$$

$$\Rightarrow \frac{15+24-24}{5} = \pm r$$

$$\Rightarrow r = \pm 3$$

[কেন্দ্র (5, 6)]



এখন বৃত্তের সমীকরণ,

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow (x-5)^2 + (y-6)^2 = (\pm 3)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + y^2 - 12y + 36 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 10x - 12y + 61 - 9 = 0$$

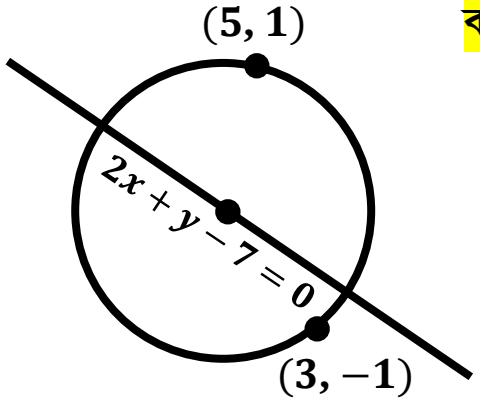
$$\therefore x^2 + y^2 - 10x - 12y + 52 = 0 \textbf{ (Ans.)}$$

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। $2x + y - 7 = 0$ রেখার উপর কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত (5, 1) ও (3, -1) বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০১, ০৮, ০৯, ১৪, ২২

উত্তর ঃ



দেওয়া আছে, বৃত্তটির কেন্দ্র $2x + y - 7 = 0$ রেখার উপর অবস্থিত এবং বৃত্তটি (5, 1) ও (3, -1) বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করে,

$2x + y - 7 = 0 \; - - - - - - (1)$

$(g, f) \rightarrow 2g + f - 7 = 0$ - - - - - (2)

বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0$

বৃত্তটি (5, 1) বিন্দু দিয়ে যায়,

$5^2 + 1^2 - (2g \times 5) - (2f \times 1) + c = 0$

$\Rightarrow 25 + 1 - 10g - 2f + c = 0$

$\Rightarrow -10g - 2f + c = -26$ - - - - - - - (3)

বৃত্তটি (3, -1) বিন্দু দিয়ে যায়,

$\rightarrow 3^2 + (-1)^2 - (2g \times 3) - \{2f \times (-1)\} + c = 0$

$\Rightarrow 9 + 1 - 6g + 2f + c = 0$

$\Rightarrow -6g + 2f + c = -10$ - - - - - - - - - (4)

(2), (3) ও (4) নং হতে পাই,

$g = 3; f = 1; c = 6;$

g, f ও c এর মান বৃত্তের সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0$

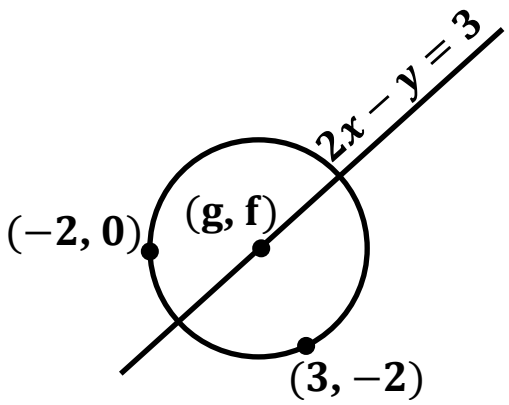
$\Rightarrow x^2 + y^2 - (2 \times 3 \times x) - (2 \times 1 \times y) + 6 = 0$

$\therefore x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ **(Ans.)**

***** ২। $2x - y = 3$ রেখার উপর কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত (3, –2) ও (–2, 0) বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৯২, ৯৫, ১০

উত্তর ঃ



বৃত্তটির কেন্দ্র (g, f), যা $2x - y = 3$ রেখার উপর অবস্থিত।

$2x - y = 3$

$\therefore$ (g, f)$\rightarrow 2g - f = 3$ - - - - - -(1)

আবার, বৃত্তটি (3, -2) ও (-2, 0) বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করে।

এখন বৃত্তের সমীকরণ, $x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0$

বৃত্তটি (3, -2) বিন্দু দিয়ে যায়,

$\Rightarrow 3^2 + (-2)^2 - (2g \times 3) - \{2f \times (-2)\} + c = 0$

$\Rightarrow 9 + 4 - 6g + 4f + c = 0$

$\Rightarrow -6g + 4f + c = -13$ - - - - -(3)

আবার, বৃত্তটি (-2, 0) বিন্দু দিয়ে যায়,

$\Rightarrow (-2)^2 + 0^2 - \{2g \times (-2)\} - (2f \times 0) + c = 0$

$\Rightarrow 4 + 4g + c = 0$

$\Rightarrow 4g + c = -4$ - - - - - -(4)

(1), (3) ও (4) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$g = -\frac{3}{2}; f = -6; c = 2$;

g, f ও c এর মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x^2 + y^2 - 2gx - 2fy + c = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - \left\{2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times x\right\} - \{2 \times (-6) \times y\} + 2 = 0$

$\therefore x^2 + y^2 + 3x + 12y + 2 = 0$ **(Ans.)**

অধ্যায়-৫

কনিক বা কনিক সেকশন

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। কোন কনিকের ক্ষেত্রে $e = 1$ হবে?** বাকাশিবো- ২০০৫, ১১, ১৩

সমাধান ঃ পরাবৃত্তের ক্ষেত্রে, $e = 1$

**** ২। পরাবৃত্তের মান বা আদর্শ সমীকরণ লেখ।**

সমাধান ঃ পরাবৃত্তের মান বা আদর্শ সমীকরণ, $y^2 = 4ax$

***** ৩। $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণটি লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০১, ০২

সমাধান ঃ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ, $x + a = 0$

***** ৪। $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০০, ০১, ১১

সমাধান ঃ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x - a = 0$

**** ৫। $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?**

সমাধান ঃ $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $4a$ একক।

*** ৬। $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত?

বাকাশিবো- ২০০৪, ২৩'পরি

সমাধান ঃ $y^2 = 8x$ কে পরাবৃত্তের আদর্শ সমীকরণের, $y^2 = 4ax$ এর সাথে তুলনা করে পাই, $4a = 8$ বা, $a = 2$

$\therefore$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র $(a, 0) = (2, 0)$ **(Ans.)**

*** ৭। $y^2 = -6x$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক বের কর।

বাকাশিবো- ১৯৯৯, ২০০৩'পরি, ০৬

সমাধান ঃ $y^2 = -6x$ কে $y^2 = 4ax$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$\Rightarrow 4a = -6$

$\Rightarrow a = \frac{-6}{4}$

$\therefore a = \frac{-3}{2}$

$\therefore$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র $(a, 0) = \left(\frac{-3}{2}, 0\right)$ **(Ans.)**

* ৮। $x^2 = 8y$ পরাবৃত্তটির নিয়ামকের সমীকরণ লেখ।

বাকাশিবো- ২০০০

সমাধান ঃ $x^2 = 8y$ কে $x^2 = 4ay$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$4a = 8$

$\Rightarrow a = \frac{8}{4} = 2$

$\therefore$ পরাবৃত্তটির নিয়ামকের সমীকরণ, $y = -a$

$\Rightarrow y + a = 0$

$\therefore y + 2 = 0$ **(Ans.)**

***** ৯। $x^2 = -8y$ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য কত?**

সমাধান ঃ $x^2 = -8y$ কে $x^2 = 4ay$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$4a = -8$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= |4a| = |-8| = 8$ **(Ans.)**

*** ১০। $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তটির কোন বিন্দুতে কোটি ভুজের দ্বিগুণ?**

সমাধান ঃ মনে করি, $(x_1, 2x_1)$ বিন্দুতে কোটি ভুজের দ্বিগুণ।

$(2x_1)^2 = 8x_1$

$\Rightarrow 4x_1^2 = 8x_1$

$\Rightarrow 4x_1 = 8$

$\therefore x_1 = \frac{8}{4} = 2$

ভুজ, $x = 2$

কোটি, $2x_1 = 2 \times 2 = 4$

$\therefore (2, 4)$ বিন্দুতে কোটি ভুজের দ্বিগুণ **(Ans.)**

***** ১১। একটি উপবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ লেখ।**

বাকাশিবো- ১৯৯৭, ৯৮, ২০০১'পরি, ০২, ০২'পরি, ০৩, ০৮, ১১, ২৩, ২৪, ২৪'পরি, ২৫'পরি

সমাধান ঃ উপবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

***** ১২ । $4x^2 + 25y^2 = 400$ উপবৃত্তটির বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৯৮, ২০০৪, ০৭, ১০, ১৩'টেক্স

সমাধান ঃ $4x^2 + 25y^2 = 400$

$\Rightarrow \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} = 1$ [উভয় পক্ষকে 400 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow \frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$ এটাকে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 10, b = 4$

$\therefore$ বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a = 2 \times 10 = 20$ **(Ans.)**

***** ১৩। $16x^2 + 25y^2 = 400$; উপবৃত্তের বৃহৎ ও ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ১৯৯৮, ২০০৪'পরি, ১২

সমাধান ঃ $16x^2 + 25y^2 = 400$

$$\Rightarrow \frac{4x^2}{400} + \frac{25y^2}{400} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{\frac{400}{4}} + \frac{y^2}{\frac{400}{25}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$ [উভয়পক্ষকে 400 দ্বারা ভাগ করে]

$$\Rightarrow \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 - - - (1)$$

(1) নং কে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$a = 5$

$b = 4$

$\therefore$ বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2a = 2 \times 5 = 10$

$\therefore$ ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য $= 2b = 2 \times 4 = 8$

***** ১৪। $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০১, ০৬'পরি, ০৮'পরি

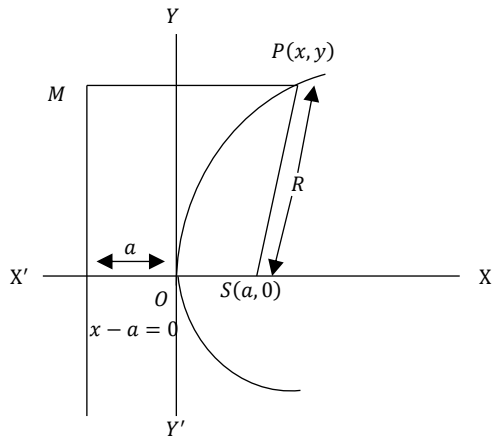
সমাধান ঃ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $=\frac{2b^2}{a}$

এখানে, $a>b$

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। $y^2=8x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 8; ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ



দেওয়া আছে, পরাবৃত্তের সমীকরণ, $y^2=8x---(1)$

(1) নং সমীকরণকে $y^2=4ax$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$\therefore 4a=8$$
$$\Rightarrow a=\frac{8}{4}=2$$
$$\therefore a=2$$

মনে করি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র s এবং এর উপরিস্থিত $p(x, y)$ যে কোনো বিন্দু।

ফোকাস দূরত্ব $sp = 8$

ফোকাস দূরত্ব $sp = PM = a + x$

[পরাবৃত্তের উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব ও নিয়ামকের দূরত্ব সমান কারণ $e = \frac{SP}{PM} = 1$]

শর্তমতে, $a + x = 8$

$\therefore x = 8 - 2 = 6$

(1) সমীকরণ হতে পাই,

$y^2 = 8x$

$\Rightarrow y^2 = 8 \times 6 = 48$

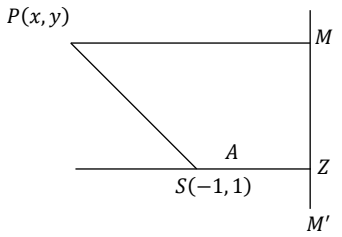
$\Rightarrow y = \pm\sqrt{48} = \pm\sqrt{16 \times 3}$

$\therefore y = \pm 4\sqrt{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় স্থানাঙ্ক $\left(6, \pm 4\sqrt{3}\right)$ (**Ans.**)

*** ২। $(-1, 1)$ উপকেন্দ্র এবং $x + y + 1 = 0$ নিয়ামকবিশিষ্ট পবাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০১৫'পরি

সমাধান ঃ



মনে করি,

পরাবৃত্তের উপর $p(x, y)$ যেকোনো বিন্দু $s(-1, 1)$ এর উপকেন্দ্র এবং MZM' হলো $x + y + 1 = 0$, যা নিয়ামক রেখা

$$SP = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$$

$PM =$ নিয়ামক হতে $p(x, y)$ এর লম্ব দূরত্ব

$$= \frac{x+y+1}{\sqrt{1+1}} = \frac{x+y+1}{\sqrt{2}}$$

সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} = \frac{x+y+1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \left\{\sqrt{2}\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}\right\}^2 = (x+y+1)^2$$ [বর্গ করে]

$$\Rightarrow 2\{(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1)\} = x^2 + y^2 + 1 + 2xy + 2x + 2y$$

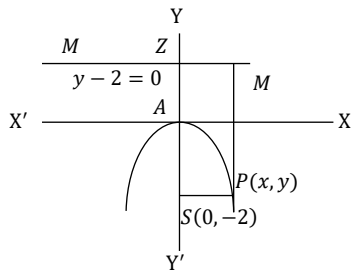
$$\Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 + 2y^2 - 4y + 2 - x^2 - y^2 - 1 - 2xy - 2x - 2y = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 6y + 3 = 0$$

$\therefore (x - y)^2 + 2x - 6y + 3 = 0$ এটাই পরাবৃত্তের সমীকরণ। **(Ans.)**

** ৩। $(0, -2)$ উপকেন্দ্র এবং y-2=0 নিয়ামক বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ



পরাবৃত্তটির উপকেন্দ্র $s(0,-2)$ এবং নিয়ামকের সমীকরণ y-2=0

মনে করি, পরাবৃত্তের উপর যেকোনো বিন্দু $p(x,y)$

$$sp = \sqrt{(x-0)^2 + (y+2)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + (y+2)^2}$$

$p(x,y)$ হতে $y-2=0$ এর লম্ব দূরত্ব।

$$PM = \left|\frac{y-2}{\sqrt{0+(1)^2}}\right|$$

$$= y-2$$

প্রশ্নমতে, $sp^2 = PM^2$

$$\Rightarrow x^2 + (y+2)^2 = (y-2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4y + 4 = y^2 - 4y + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 8y = 0$$

$\Rightarrow x^2 = -8y$ এটাই নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ **(Ans.)**

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। $16x^2 + 25y^2 = 400$ উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৭, ১৪, ২৩, ২৩'পরি

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $16x^2 + 25y^2 = 400$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \qquad [400 \text{ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে }]$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 - - - - - - (1)$$

সমীকরণ (1) হতে পাই, $a = 5$ এবং $b = 4$ [যেহেতু $a > b$]

উৎকেন্দ্রিকতা, $e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2} = \frac{25-16}{25} = \frac{9}{25}$

[যেহেতু a বড় তাই উপকেন্দ্রিক X অক্ষের উপর অবস্থিত]

$$\Rightarrow e = \sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$\therefore e = \frac{3}{5}$$

$\therefore$ উৎকেন্দ্রিকতা $= \frac{3}{5}$ **(Ans.)**

উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $= (ae, 0)$ ও $(-ae, 0) = \left(5\frac{3}{5}, 0\right)$ ও $\left(-5\frac{3}{5}, 0\right) = (3, 0)$ ও $(-3, 0)$ **(Ans.)**

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x = \pm ae$

$$\Rightarrow x = \pm 5.\frac{3}{5}$$

$$\therefore x = \pm 3 \quad (\textbf{Ans.})$$

নিয়ামকের সমীকরণ, $x = \pm \frac{a}{e}$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{5}{\frac{3}{5}} \quad \text{বা, } x = \pm 5 \times \frac{5}{3}$$

$$\therefore x = \pm \frac{25}{3} \quad (\textbf{Ans.})$$

**** ২। $y^2 + 8x - 2y - 23 = 0$ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক লম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০১, ০৫'পরি, ০৬, ০৯'পরি, ১১, ২৪, ২৪'পরি

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $y^2 + 8x - 2y - 23 = 0$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 1 + 8x - 23 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -8x + 24$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 = -8(x-3)$$

এখন, x-3=X এবং y-1=Y ধরে আমরা পাই, Y^2=-8X----(1)

(1) নং কে পরাবৃত্তের সমীকরণ y^2=4ax এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$4a = -8$$

$$\Rightarrow a = -\frac{8}{4} = -2$$

এখন (1) শীর্ষবিন্দু $(0, 0)$

অর্থাৎ, $X = 0$

এবং $Y = 0$
$\Rightarrow y - 1 = 0$
$\therefore y = 1$

$\Rightarrow x - 3 = 0$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় শীর্ষবিন্দু $(3, 1)$

(2) উপকেন্দ্র $(a, 0)$

অর্থাৎ, $X = a$

$\Rightarrow x - 3 = -2$

$\Rightarrow x = 3 - 2$

$\therefore x = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় উপকেন্দ্র $(1, 1)$

(3) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $4a = |4 \times (-2)| = |-8| = 8$

[দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হয় না]

(4) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,

$$X - a = 0$$
$$\Rightarrow x - 3 - (-2) = 0$$
$$\Rightarrow x - 3 + 2 = 0$$
$$\Rightarrow x - 1 = 0$$

(5) অক্ষরেখার সমীকরণ,

$$Y = 0$$
$$\Rightarrow y - 1 = 0$$

(6) নিয়ামকের সমীকরণ, $X + a = 0$

$$\Rightarrow x - 3 + (-2) = 0$$
$$\Rightarrow x - 3 - 2 = 0$$
$$\Rightarrow x - 5 = 0$$

$\therefore$ নির্ণেয় পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(3, 1)$; উপকেন্দ্র $(1, 1)$; উপকেন্দ্রিক লম্ব $= 8$; লম্বের সমীকরণ $x - 1 = 0$;

অক্ষরেখার সমীকরণ y-1=0; নিয়ামকের সমীকরণ x-5=0 **(Ans.)**

**** ৩। $3y^2$–10x–12y–18=0 পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক লম্ব ও এর সমীকরণ, অক্ষরেখা এবং নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ১৯৯৮

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $3y^2 - 10x - 12y - 18 = 0$

$$\Rightarrow 3y^2 - 12y + 12 = 10x + 18 + 12$$
$$\Rightarrow 3(y^2 - 4y + 4) = 10(x + 3)$$
$$\Rightarrow 3(y - 2)^2 = 10(x + 3)$$
$$\Rightarrow (y - 2)^2 = \frac{10}{3}(x + 3)$$

এখন, x+3=X এবং y–2=Y ধরে আমরা পাই, $Y^2 = \frac{10}{3}X$----(1)

একে পরাবৃত্তের সমীকরণ $y^2 = 4ax$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$4a = \frac{10}{3}$$
$$\Rightarrow a = \frac{10}{4\times3} = \frac{5}{6}$$

এখন পরাবৃত্তটি শীর্ষবিন্দু $(0, 0)$

অর্থাৎ, $X = 0$

$\Rightarrow x + 3 = 0$

$\Rightarrow x = -3$

$\therefore$ নির্ণেয় শীষবিন্দু $(-3, 2)$

এবং $Y = 0$
$\Rightarrow Y = 0$
$\Rightarrow y - 2 = 0$
$\Rightarrow y = 2$

(2) উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(a, 0)$

অর্থাৎ, $X = a$

এবং $Y = 0$
$\Rightarrow y - 2 = 0$
$\Rightarrow y = 2$

$\Rightarrow x + 3 = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow x = \frac{5}{6} - 3 = -\frac{13}{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় উপকেন্দ্র $\left(-\frac{13}{6}, 2\right)$

(3) উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $4a = 4 \times \frac{5}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$ $\left[a = \frac{5}{6}\right]$

(4) উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $X - a = 0$

$$\Rightarrow x + 3 - \frac{5}{6} = 0$$
$$\Rightarrow \frac{6x + 18 - 5}{6} = 0$$
$$\Rightarrow 6x + 18 - 5 = 0$$
$$\Rightarrow 6x + 13 = 0$$

(5) অক্ষরেখার সমীকরণ, $Y = 0$

$$\Rightarrow y - 2 = 0$$

(6) নিয়ামকের সমীকরণ, $X + a = 0$

$$\Rightarrow x + 3 + \frac{5}{6} = 0$$
$$\Rightarrow 6x + 18 + 5 = 0$$
$$\Rightarrow 6x + 23 = 0$$

$\left(\boldsymbol{Ans.}\ (\mathbf{-3, 2}); \left(-\frac{\mathbf{13}}{\mathbf{6}}, \mathbf{2}\right); \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}}; (\mathbf{6x + 13}); \mathbf{y - 2 = 0}; \mathbf{6x + 23 = 0}\right)$

অধ্যায়-৬ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 8 মিটার এবং অতিভূজ 10 মিটার হলে ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো- ২০০৩'পরি, ০২, ০২'পরি, ১১'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

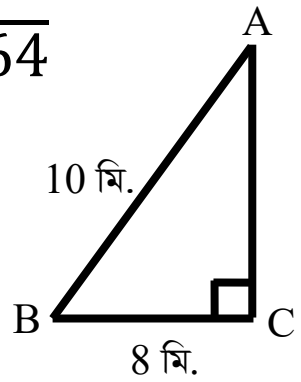
[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $(\text{লম্ব})^2 = (\text{অতিভুজ})^2 - (\text{ভূমি})^2$

বা, লম্ব $= \sqrt{(10)^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64}$

$= \sqrt{36}$



$\therefore$ লম্ব $= 6$ মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$ ব.মি. [মান বসিয়ে]

$= 24$ বর্গ মি. **(Ans.)**

২। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটি a, b, c এবং এর পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ R হলে ক্ষেত্রফল কত? বাকাশিবো- ১৯৮৯, ৯০, ১৫'পরি

সমাধান ঃ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{abc}{4R}$ বর্গ একক। যেখানে, $R =$ পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ ঃ যে ত্রিভুজের কোনো কেন্দ্রে থাকে না, তাকে পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ বা পরিলিখিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে। ইহাকে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

***** ৩। একটি ত্রিভুজের বাহুগুলির অনুপাত $3:4:5$ এবং পরিসীমা 48 মিটার হলে অতিভুজ কত হবে?** বাকাশিবো- ২০০৫

সমাধান ঃ ধরি, বাহুগুলি $3x, 4x, 5x$ মিটার।

$\therefore$ পরিসীমা, $3x + 4x + 5x = 48$

বা, $12x = 48$

বা, $x = \frac{48}{12} = 4$

$\therefore$ অতিভুজ $= 5x = 5 \times 4 = 20$ মিটার **(Ans.)**

[বেশিরভাগ ক্ষেত্রে ত্রিভুজের বড় বাহু অতিভুজ]

**** ৪। a পরিসীমা বিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো- ২০০৩, ০৬'পরি, ০৯'পরি, ১১, ১৩

সমাধান ঃ মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহু $= x$

$\therefore$ প্রশ্নমতে, $3x = a$ [পরিমীমা $= a + b + c$]

বা, $x = \frac{a}{3}$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{বাহু})^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{a}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{a^2}{9}$$

$$= \frac{\sqrt{3}a^2}{36} \text{ বর্গ একক } \textbf{(Ans.)}$$

***** ৫। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $16\sqrt{3}$ হলে পরিসীমা কত?**

বাকাশিবো- ২০০৭'পরি, ১৫, ১৫'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি,

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ $[a =$ বাহুর দৈর্ঘ্য$]$

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 16\sqrt{3}$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{4 \times 16\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$\therefore a = \sqrt{64} = 8$ একক।

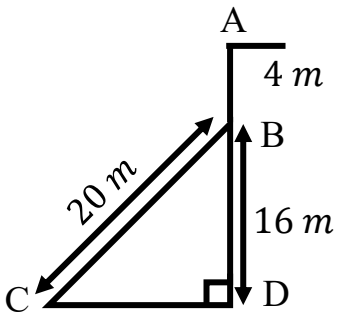
$\therefore$ ত্রিভুজের পরিসীমা $= 3a = 3 \times 8 = 24$ একক **(Ans.)**

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। 20 লম্বা একটি মই দেয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেয়াল হতে কত দূর সরলে মাথা 4 মিটার নিচে নেমে আসবে?**

বাকাশিবো- ১৯৮৬, ৮৭, ৮৮, ১৫

সমাধান ঃ পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,



$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$\therefore (\text{ভূমি})^2 = (\text{অতিভুজ})^2 - (\text{লম্ব})^2$

বা, $CD^2 = BC^2 - BD^2$

$(\text{ভূমি})^2 = (20)^2 - (16)^2$

$\therefore \text{ভূমি} = \sqrt{144} = \sqrt{(12)^2}$

$= 12$ মিটার **(Ans.)**

Note: যেহেতু মই খাড়াভাবে ছিল তাই দেয়াল এ মই এর দৈর্ঘ্য সমান $\therefore 20 - 4 = 16\,m$

**** ২। একটি সমবাহু ত্রিভুজের ভিতরস্থ একটি বিন্দু হতে বাহুত্রয়ের উপর লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 মিটার, 12 মিটার ও 14 মিটার। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৮৯, ৯০, ৯৭, ৯৮

সমাধান ঃ মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ মিটার।

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গমিটার।

ABC ত্রিভুজের মধ্যস্থ O বিন্দু হতে AB, BC ও AC বাহুর উপর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে $OD = 10$ মিটার, $OE = 12$ মিটার এবং $OF = 14$ মিটার।

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল =ΔAOB+ΔBOC+ΔCOA (এর ক্ষেত্রফল)

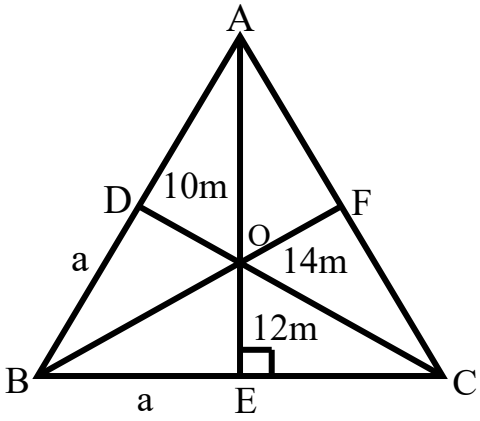
[ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চত]

$= \left(\frac{1}{2} \times AB \times OD\right) + \left(\frac{1}{2} \times BC \times OE\right) + \left(\frac{1}{2} \times AC \times OF\right)$

$= \left(\frac{1}{2} \times a \times 10\right) + \left(\frac{1}{2} \times a \times 12\right) + \left(\frac{1}{2} \times a \times 14\right)$

$= 5a + 6a + 7a$

$= 18a$ বর্গমিটার



প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 18a$

বা, $\sqrt{3} \times a^2 = 4 \times 18a$

বা, $\sqrt{3} \times a = 72$

বা, $a = \frac{72}{\sqrt{3}} = 41.57$ মিটার।

$\therefore$ ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= 41.57$ মিটার **(Ans.)**

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 18a = 18 \times 41.57$ বর্গমিটার

$= 748.26$ বর্গমিটার **(Ans.)**

অথবা, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (41.57)^2 =$ 748.27 বর্গমিটার **(Ans.)**

*** ৩। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য তৃতীয় বাহুর $\frac{5}{6}$ অংশ। এর পরিসীমা 40 সে.মি হলে ক্ষেত্রফল কত?

বাকাশিবো- ২০০২'পরি, ০৩, ১১'পরি, ১২'পরি, ১৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, ত্রিভুজটির তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $b = x$ সে.মি.

$\therefore$ সমান বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = x$ এর $\frac{5}{6} = x \times \frac{5}{6} = \frac{5x}{6}$ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} + x = 40$

বা, $\frac{5x+5x+6x}{6} = 40$

বা, $16x = 240$

$\therefore x = 15$ সে.মি.

$\therefore$ সমান বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{5x}{6} = \frac{5\times15}{6} = 12.5$ সে.মি.

তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য $= 15$ সে.মি.

$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{4(12.5)^2 - (15)^2}$$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{(4 \times 156.25) - 225}$$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{625 - 225}$$

$$= \frac{15}{4}\sqrt{400}$$

$$= \frac{15}{4} \times 20 = 75$$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

*** ৪। x ভূমি বিশিষ্ট সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্র লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০১

সমাধান ঃ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{x}{4}\sqrt{4a^2 - x^2}$ বর্গ একক

এখানে, $b =$ ভূমি (অসমান বাহু) $=$ x

$a =$ সমান বাহু

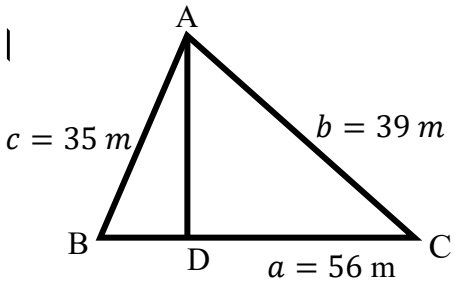
SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 56 মিটার, 35 মিটার, 39 মিটার। এর বৃহত্তর বাহুর বিপরীত শীর্ষ হতে এর উপর অংকিত লম্ব দ্বারা ত্রিভুজটি যে দুটি অংশ বিভক্ত করে, তাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৯০, ৯১'পরি, ০৫'পরি

সমাধান ঃ ABC ত্রিভুজটির বাহু তিনটি যথাক্রমে, $a = 56\,m$, $b = 39\,m$, $c = 35\,m$

BC বাহুর উপর AD লম্ব অঙ্কন করি।



$\therefore$ পরিসীমা, $2s = a + b + c$

বা, $2s = 56 + 39 + 35$

বা, $2s = 130\,m$

বা, $s = \frac{130}{2}$

$\therefore s = 65\,m$

আমরা জানি, ΔABC এর ক্ষেত্রফল,

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{65(65-56)(65-39)(65-35)}$$

$= \sqrt{65 \times 9 \times 26 \times 30} = \sqrt{456300}$

$= 675.50$ বর্গমিটার (প্রায়)

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি$\times$উচ্চতা

বা, $\frac{1}{2} \times BC \times AD = 675.50$

বা, $\frac{1}{2} \times 56 \times AD = 675.50$

বা, $AD = \frac{675.50 \times 2}{56}$

$\therefore AD = 24.13\ m$

ABD সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AD}^2 + \mathrm{BD}^2$ [(অতিভুজ)^2 = (লম্ব)^2 + (ভূমি)^2]

$\mathrm{BD}^2 = \mathrm{AB}^2 - \mathrm{AD}^2$

$= (35)^2 - (24.13)^2 = 1225 - 582.25$

$= 642.74$

$\therefore \mathrm{BD} = 25.35$ মিটার

এখন, $\Delta\mathrm{ABD}$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \mathrm{BD} \times \mathrm{AD}$

$= \frac{1}{2} \times 25.35 \times 24.13$

$= 305.85$ বর্গমিটার **(Ans.)**

$\therefore \Delta\mathrm{ADC}$ এর ক্ষেত্রফল $= \Delta\mathrm{ABC}$ এর ক্ষেত্রফল $- \Delta\mathrm{ABD}$ এর ক্ষেত্রফল

$= 675.50 - 305.85$

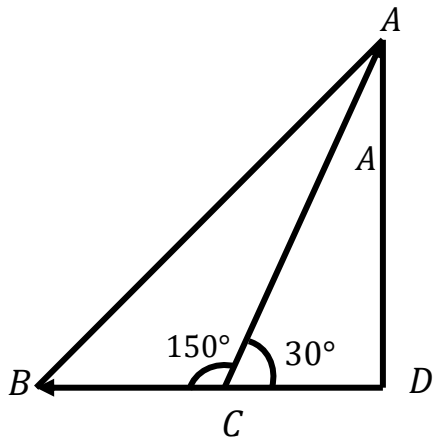
$= 369 - 65$

$= 369.65$ বর্গমিটার **(Ans.)**

*** ২। কোনো একটা স্থান হতে দুটি সোজা রাস্তার অর্ন্তভুক্ত কোণ 150°. দুটি লোক ঐ স্থান হতে একই সময়ে বিপরীত দিকে ঘন্টায় 6 km এবং 7 km বেগে হাঁটতে লাগলো। 2 ঘন্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব কত?**

বাকাশিবো- ১৯৯৩'পরি, ১৩'পরি

সমাধান ঃ



মনে করি, C বিন্দুতে রাস্তা দুটি $150°$ কোণে মিলিত হয়েছে। C বিন্দু হতে দুজন লোক যথাক্রমে 6km ও 7km বেগে 2 ঘন্টায় A ও B বিন্দুতে পৌছাল। BC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং এর উপর AD লম্ব আঁকি।

তাহলে এখন লোক দুটির সরাসরি দূরত্ব $= AB$

$\therefore \angle ACB = 150°$

$\angle ACD = 180° - \angle ACB$

$\therefore \angle ACD = 180° - 150° = 30°$ [সরলরেখার কোণ $180°$]

$AC = 6 \times 2 = 12\ km$

$BC = 7 \times 2 = 14\ km$

সমকোণী ΔACD হতে পাই, $\cos 30° = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{CD}{AC}$ $\left[\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

বা, $CD = AC \cos 30° = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}\ km$

ADC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

বা, $AC^2 = AD^2 + CD^2$ $[(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2]$

বা, $AD^2 = AC^2 - CD^2$

বা, $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2}$

$= \sqrt{(12)^2 - \left(6\sqrt{3}\right)^2}$

$= \sqrt{144 - (36 \times 3)}$

$= \sqrt{144 - 108}$

$= \sqrt{36}$

$\therefore AD = 6\ km$

$\therefore BD = BC + CD = 14 + 6\sqrt{3} = 14 + 10.39 = 24.39\ km$

আবার, সমকোণী ΔADB হতে পাই,

$AB^2 = BD^2 + AD^2$ $[(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2]$

$= (24.39)^2 + 6^2$

$= 594.87 + 36$

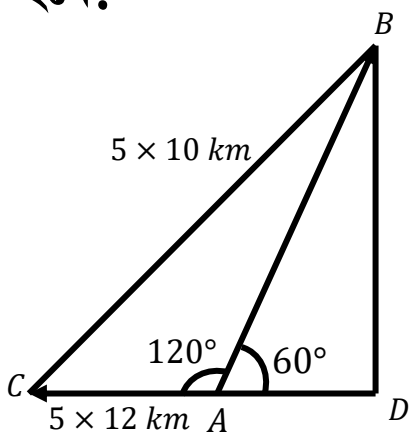
$= 630.87$

$\therefore AB = 25.12\ km$

$\therefore$ লোক দুটির সরাসরি দূরত্ব $= 25.12\ km$ **(Ans.)**

** ৩। একটি নির্দিষ্ট স্থান হতে $120°$ কোণে দুইটি রাস্তা দুই দিকে চলে গেছে। ঐ স্থান হতে দুজন লোক একই সময়ে ঐ দুই রাস্তায় ঘন্টায় যথাক্রমে $10\ km$ এবং $12\ km$ বেগে বিপরীতমুখী 5 ঘন্টা চলার পর তাদের মধ্যে সারাসরি দূরত্ব কত হবে? বাকাশিবো- ২০০৩, ০৪, ১৪'পরি

সমাধান ঃ



A হতে দুজন লোক ঘন্টায় $10\ km$ ও $12\ km$ বেগে চলার পর যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে পৌছাল। BC যোগ করি এবং CA কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং CD এর উপর BD লম্ব আঁকি।

$\therefore AB = 10 \times 5 = 50\ km$ এবং $AC = 12 \times 5 = 60\ km$

$\angle BAC = 120°$

$\therefore \angle BAD = 180° - \angle BAC = 180° - 120° = 60°$

[সরলরেখার কোণ $180°$]

ΔABD হতে পাই, $\sin 60° = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BD}{AB}$

$\Rightarrow BD = AB\sin 60° = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$ km $\quad [\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}]$

আবার, ΔBAD হতে পাই, $\cos 60° = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AD}{AB}$

বা, AD=$AB \cos 60° = 50 \times \frac{1}{2} = 25\ km$ $\left[\cos 60° = \frac{1}{2}\right]$

$\therefore CD = CA + AD = 60 + 25 = 85\ km$

BDC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $BC^2 = BD^2 + CD^2$

বা, $BC^2 = \left(25\sqrt{3}\right)^2 + (85)^2$

বা, $BC^2 = 1875 + 7225$

বা, $BC^2 = 9100$

বা, $BC = \sqrt{9100}$

$\therefore BC = 95.4\ km$ **(Ans.)**

অধ্যায়-৭(ক)

চতুর্ভুজ এবং সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 62 বর্গসেমি। এর ভূমি 20.5 সেমি হলে উচ্চতা কত?** বাকাশিবো- ২০১৫'পরি, ১৯, ২৩

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $A = 62$ বর্গসেমি

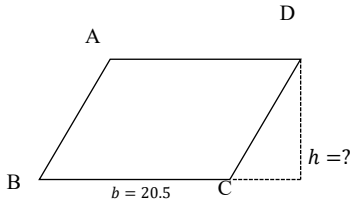
$b = 20.5$ সেমি

আমরা জানি, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

$\therefore A = b \times h$

$\Rightarrow 62 = 20.5 \times h$

$\therefore h = \frac{62}{20.5} = 3.02$ সেমি $(\boldsymbol{Ans.})$



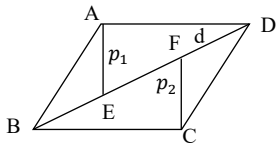
***** ২। একটি চতুর্ভুজের কর্ণ d এবং কর্ণের দুটি অফসেট যথাক্রমে p_1 ও p_2 হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো- ২০০১, ০৪'পরি, ১৩

সমাধান ঃ চিত্রে, $ABCD$ একটি চতুর্ভুজের কর্ণ $BD = d$

এবং অফসেট $AE = p_1$ ও $CF = p_2$

আমরা জানি, $A = \frac{1}{2} \times$ কর্ণ $\times$ অফসেটের যোগফল

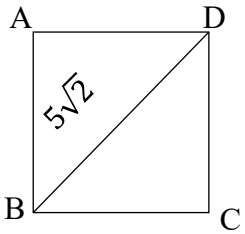
$= \frac{1}{2} d(p_1 + p_2)$ বর্গ একক **(Ans.)**



**** ৩। একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $5\sqrt{2}\ cm$ হলে, ক্ষেত্রফল কত?**

বাকাশিবো- ২০১৮'পরি, ২০

সমাধান ঃ আমরা জানি,



বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, $A = \frac{1}{2}d^2$

$$= \frac{1}{2}\left(5\sqrt{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 5^2 \times \left(\sqrt{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 25 \times 2$$

$= 25$ বর্গ সেমি $(\boldsymbol{Ans.})$

 # ৮ নং এ ব্যবহৃত সূত্রের ব্যাখ্যা ঃ

ব্যবহৃত সূত্র,

কর্ণের দৈর্ঘ্য d দেওয়া থাকলে, ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ (কর্ণের দৈর্ঘ্য)^2

$$\therefore A = \frac{1}{2}d^2$$

এখন, আমরা জানি, কোনো চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণের মান দেওয়া থাকলে,

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}d_1 d_2$ বর্গএকক

এখানে, চতুর্ভুজটির কর্ণের দৈর্ঘ্য আলাদা এবং বাহুর দৈর্ঘ্য আলাদা।

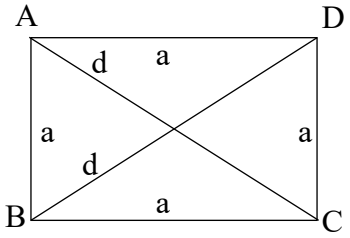
কিন্তু, বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান থাকে।

যেহেতু বাহুর দৈর্ঘ্য সমান, সুতরাং কর্ণদ্বয়ের মান ও সমান হবে।

এখন, বর্গক্ষেত্রও একটি চতুর্ভুজ।

তাহলে, আমরা লিখতে পারি,

চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল



$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \times d_1 d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times d \times d$$

$$= \frac{1}{2} d^2$$

$= \frac{1}{2} \times$ (কর্ণের দৈর্ঘ্য)^2 **(প্রমাণিত)**

***** ৪। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 120 বর্গমিটার। এর ভূমি 20 মিটার হলে উচ্চতা কত?** বাকাশিবো- ২০০৩, ১৩, JT-12, ১৩'পরি, ১৫'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি,

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল, = ভূমি $\times$ উচ্চতা

বা, $120 = 20 \times$ উচ্চতা

বা, উচ্চতা $= \frac{120}{20}$

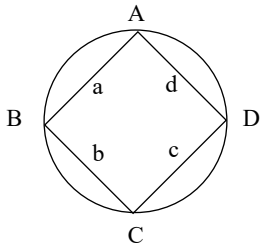
$\therefore$ উচ্চতা $= 6$ মিটার $(\boldsymbol{Ans.})$

**** ৫। বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০১'পরি, ০২'পরি, ০৫'পরি, ১১

সমাধান ঃ ক্ষেত্রফল $= \sqrt{(S-a)(S-b)(S-c)(S-d)}$

এখানে, অর্ধপরিসীমা, $S=\frac{a+b+c+d}{2}$ ও a, b, c, d চতুর্ভুজের চারটি বাহু।



SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। একটি সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় $40\ m$ ও $30\ m$. তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $30°$ হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, কর্ণদ্বয় $BD = d_1 = 40\ m$ ও $AC = d_2 = 30\ m$ এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ, $\theta = 30°$

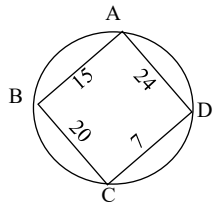
এখন, আমরা জানি, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় ও কোণ দেওয়া থাকলে ক্ষেত্রফল,

$$A = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\theta$$
$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 30 \times \sin 30° \text{[মান বসিয়ে]}$$
$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 30 \times \frac{1}{2}$$
$$= 300 \text{ বর্গমিটার } (\boldsymbol{Ans.})$$

*** ২। বৃত্তে অন্তর্লিখিত একটি চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য 15 মিটার, 20 মিটার, 7 মিটার ও 24 মিটার। ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০১২

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, বৃত্তের অন্তর্লিখিত একটি চতুর্ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে, a=15 মিটার, b=20 মিটার, c=7 মিটার, d=24 মিটার

এখানে, $S = \frac{a+b+c+d}{2} = \frac{15+20+7+24}{2} = \frac{66}{2} = 33$ মিটার



আমরা জানি, ক্ষেত্রফল,

$$A = \sqrt{(S-a)(S-b)(S-c)(S-d)}$$

$$= \sqrt{(33-15)(33-20)(33-7)(33-24)}$$

[মান বসিয়ে]

$$= \sqrt{18 \times 13 \times 26 \times 9}$$

$$= \sqrt{54756}$$

$= 234$ বর্গমিটার

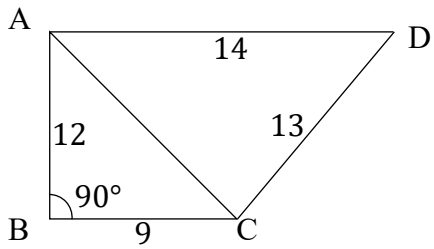
$\therefore$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল 234 বর্গমিটার। $(\boldsymbol{Ans.})$

*** ৩। একটি চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 মিটার, 9 মিটার, 13 মিটার, 14 মিটার। ১ম দুই বাহুর মধ্যবর্তী কোণ 90° হলে চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ মনে করি, $ABCD$ চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে,

$$AB = 12\,m, BC = 9\,m, CD = 13\,m, AD = 14\,m$$

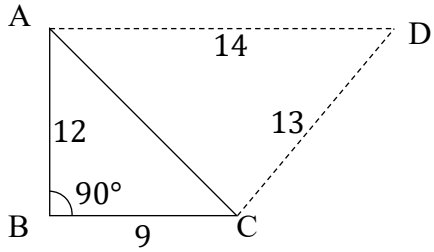
এখানে, চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta ACD$ এর ক্ষেত্রফল



এখন, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার,

ভূমি $BC = 9\,m$, লম্ব $AB = 12\,m$, অতিভুজ $AC = ?$

[যেহেতু, ACএর মান জানা নেই তাই প্রথমে সমকোণী ত্রিভুজের মান বের করতে AC বের করতে হবে]



আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে,

(অতিভুজ)^2 = (লম্ব)^2 + (ভূমি)^2 [পিথাগোরাসের সূত্র হতে পাই]

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$\therefore AC = \sqrt{12^2 + 9^2}$ [মান বসিয়ে]

$= \sqrt{144 + 81}$

$= \sqrt{225} = 15$ মিটার

$\therefore AC = 15$ মিটার

ΔACD এর পরিসীমা, $S = \frac{AC+CD+AD}{2} = \frac{15+13+14}{2}$

$= 21$ মিটার

এখন, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল =ΔABC এর ক্ষেত্রফল +ΔACD এর ক্ষেত্রফল

$$= \left(\frac{1}{2} \times BC \times AB\right) + \left(\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 12\right) + \left(\sqrt{21(21-15)(21-13)(21-14)}\right)$$

[মান বসিয়ে]

$$= \left(54 + \sqrt{21 \times 6 \times 8 \times 7}\right)$$

$$= \left(54 + \sqrt{7056}\right) = 54 + 84$$

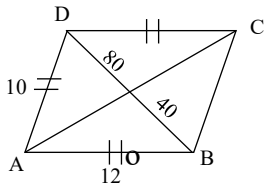
$= 138$ বর্গমিটার (**Ans.**)

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয় 10 m ও 12 m. এর ছোট কর্ণটি 8 m হলে, অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০২, ০৭, ১১, ২৩, ২৪, ২৫'পরি

সমাধান ঃ



ধরি, $ABCD$ সামান্তরিকের

সন্নিহিত বাহু, $AB = 12\ m$

এবং $AD = 10\ m$

কর্ণ $BD = 8\ m$

$\therefore OB = 4\ m \quad \left[OB = \frac{1}{2}BD = \frac{8}{2} = 4\right]$

অ্যাপোলিনিয়াসের উপপাদ্য ঃ ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি, ঐ ত্রিভুজের ৩য় বাহুর অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এবং ঐ বাহুর সমদ্বিখন্ডক মধ্যমার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির দ্বিগুণ।

আমরা জানি,

অ্যাপোলোনিয়াসের সূত্রানুযায়ী,

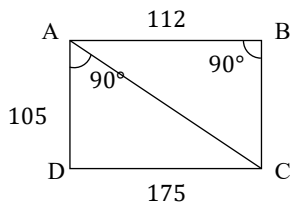
$$AB^2 + AD^2 = 2(OA^2 + OB^2)$$
$$\Rightarrow (12)^2 + (10)^2 = 2(OA^2 + 4^2)$$
$$\Rightarrow 144 + 100 = 2(OA^2 + 16)$$
$$\Rightarrow 2(OA)^2 + 32 = 244$$
$$\Rightarrow 2(OA)^2 = 212$$
$$\Rightarrow (OA)^2 = 106$$
$$\therefore OA = 10.29$$
$$\therefore AC = OA \times 2 = 20.60\, m \quad (\boldsymbol{Ans.})$$

***** ২। $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ এর $\angle ABC$ ও $\angle DAC$ প্রত্যেকটি সমকোণ। AB=112 m, CD=175 m এবং DA=105 m হলে চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০১৪

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $ABCD$ চতুর্ভুজটির $AB = 112\, m$

$CD = 175\, m, DA = 105\, m$

এবং $\angle ABC = \angle DAC = 90°$।



চিত্রে, ΔADC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

ΔADC হতে পিথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$DC^2 = AC^2 + AD^2$

$\Rightarrow AC^2 = DC^2 - AD^2$ [পক্ষান্তর করে]

$\Rightarrow AC = \sqrt{DC^2 - AD^2}$

$\Rightarrow AC = \sqrt{(175)^2 - (105)^2}$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow AC = \sqrt{30625 - 11025}$

$\Rightarrow AC = \sqrt{19600}$

$\therefore AC = 140\, m$

আবার, ΔABC এর ক্ষেত্রে,

পিথাগোরাসের সূত্র অনুযায়ী পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2$ [পক্ষান্তর করে]

$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

$\Rightarrow BC = \sqrt{(140)^2 - (112)^2}$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow BC = \sqrt{19600 - 12544}$

$\Rightarrow BC = \sqrt{7056}$

$\therefore BC = 84\, m$

$\therefore ABCD$ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta\, ACD$ এর ক্ষেত্রফল

$$= \left(\frac{1}{2} \times AB \times BC\right) + \left(\frac{1}{2} \times AD \times CD\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 112 \times 84\right) + \left(\frac{1}{2} \times 105 \times 140\right)$$

[মান বসিয়ে]

$$= 4704 + 7350$$

$= 12054$ বর্গমিটার $(\boldsymbol{Ans.})$

অধ্যায়-৭(খ)

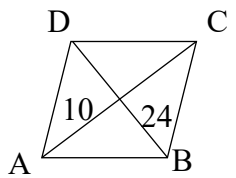
রম্বস ও ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রফল

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় $10\ cm$ ও $24\ cm$ হলে, ক্ষেত্রফল কত?**

বাকাশিবো- ২০০৬, ১২

সমাধান ঃ চিত্রে, $ABCD$ রম্বসের $AC = 10\ cm$ ও $BD = 24\ cm$ দুইটি কর্ণ।



আমরা জানি,

$$\text{রম্বসের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{কর্ণদ্বয়ের গুণফল}$$

$$= \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 24 \quad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$= 120 \text{ বর্গ সে.মি } (\boldsymbol{Ans.})$$

**** ২। রম্বসের কর্ণ ২টি d_1 ও d_2 হলে বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের সূত্র লেখ।**

বাকাশিবো- ১৯৯৭, ২০১১

সমাধান ঃ বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{1}{2}\sqrt{(d_1)^2 + (d_2)^2}$

** ৩। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় $12\ m$ ও $16\ m$ হলে বাহুর দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর। বাকাশিবো-২০০৩, ১০'পরি, ১৩'পরি, ২০'পরি, ২৫'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি,

রম্বসের পরিসীমা $= 4a$

এখন, বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{1}{2}\sqrt{(d_1)^2 + (d_2)^2}$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(12)^2 + (16)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{144 + 256}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{400}$$

$$= \frac{1}{2} \times 20$$

$$= 10\ m\ (\boldsymbol{Ans.})$$

$\therefore$ পরিসীমা $= 4a = 4 \times 10$ [মান বসিয়ে]

$$= 40\ m\ \ (\boldsymbol{Ans.})$$

** ৪। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল সূত্র লেখ। বাকাশিবো- ১৯৯২, ৯৩'পরি

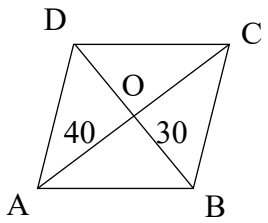
সমাধান ঃ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(a + b)h$ বর্গ একক।

এখানে, a, b সমান্তরাল বাহু ও উচ্চতা $= h$.

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 30 m ও 40 m. এর ক্ষেত্রফল, উচ্চতা ও বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৩, ১৯'পরি, ২০, ২৩

সমাধান ঃ মনে করি, $ABCD$ রম্বসের দুইটি কর্ণ যথাক্রমে $AC = d_1 = 40$ মিটারএবং $BD = 30$ মিটার



আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$$= \frac{1}{2} \times d_1 d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 30 = 600 \text{ বর্গমিটার } (\boldsymbol{Ans.})$$

আবার, আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

এখানে, $AO = \frac{AC}{2} = \frac{40}{2} = 20$

$$BO = \frac{BD}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$\therefore \Delta AOB$ তে পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = (20)^2 + (15)^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = 400 + 225$$

$\Rightarrow AB^2 = 625$

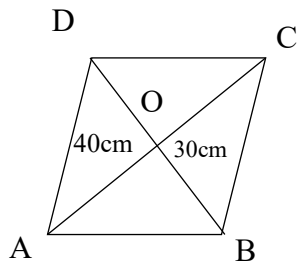
$\Rightarrow AB = \sqrt{625}$

$\therefore AB = 25$ মিটার $(\boldsymbol{Ans.})$

আবার, উচ্চতা $= \frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{বাহু}} = \frac{600}{25} = 24$ মি. **(Ans.)**

*** ২। একটি রম্বসের অর্ধকর্ণদ্বয় $30\ cm$ ও $40\ cm$. এর ক্ষেত্রফল, পরিসীমা ও উচ্চতা নির্ণয় কর।** **বাকাশিবো- ১৯৯৬, ৯৭, ২৪**

সমাধান ঃ চিত্রে, $ABCD$ রম্বসের অর্ধকর্ণ যথাক্রমে, $AO = 40\ cm$ ও $BO = 30\ cm$



$\therefore$ কর্ণ $AC = 2 \times AO$

$= 2 \times 40\ cm = 80\ cm$

এবং $BD = 2 \times BO$

$= 2 \times 30 = 60\ cm$

আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$ [চিত্র হতে]

$= \frac{1}{2} \times 80 \times 60$

$= 2400$ বর্গ সে.মি **(Ans.)**

যেহেতু, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$\therefore \Delta AOB$ হতে পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$AB^2 = AO^2 + BO^2$

$\Rightarrow AB^2 = (40)^2 + (30)^2$ [মান বসিয়ে]

$\Rightarrow AB = \sqrt{1600 + 900}$

$\Rightarrow AB = \sqrt{2500}$

$\therefore AB = 50\ cm$

$\therefore$ বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 50\ cm$

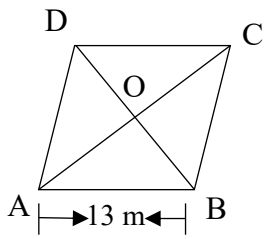
$\therefore$ পরিসীমা $= 4\,a = 4 \times 50 = 200$ সেমি. **(Ans.)**

ও উচ্চতা, $h = \frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{ভূমি}} = \frac{2400}{50} = 48$ সে.মি. $(\boldsymbol{Ans.})$

*** ৩। একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য $13\ m$. এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলে রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** **বাকাশিবো- ১৯৯৯, ২০০১'পরি**

সমাধান ঃ মনে করি, $ABCD$ রম্বসটির কর্ণ, $AC = 12x\ m$

যেহেতু ১টি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ



$\therefore$ অপর কর্ণ, $BD = 12x \times \frac{5}{12} = 5x$

অর্ধকর্ণ, $AO = \frac{AC}{2} = \frac{12x}{2} = 6x\ m$

এবং $BO = \frac{BD}{2} = \frac{5x}{2} = 2.5x\ m$

আবার, রম্বসের কর্ণ পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$\therefore \Delta AOB$ হতে পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $AB^2 = AO^2 + BO^2$

$\Rightarrow (13)^2 = (6x)^2 + (2.5x)^2 \quad [AB = 13m]$

$\Rightarrow (13)^2 = 36x^2 + 6.25x^2$

$\Rightarrow 169 = 42.25x^2$

$\Rightarrow x^2 = \frac{169}{42.25}$

$\Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = \sqrt{4}$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ কর্ণ, $AC = 12x = 12 \times 2 = 24\ m$

ও অপর কর্ণ, $BD = 5x = 5 \times 2 = 10\ m$

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 24 \times 10$

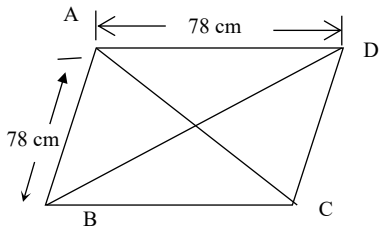
$= 120$ বর্গমিটার $(\boldsymbol{Ans.})$

***** ৪। একটি রম্বসের বাহু $78\ cm$. এর একটি কর্ণ অপরটির $\frac{5}{12}$ অংশ হলে রম্বসটির ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০২০

সমাধান ঃ মনে করি, $ABCD$ রম্বসের বাহু $AB = 78$ সে.মি

প্রশ্নমতে, একটি কর্ণ $AC = 5x$

এবং অপর কর্ণ $BD = 12x$



$\therefore$ অর্ধকর্ণ $OA = \frac{AC}{2} = \frac{5x}{2} = 2.5x$

এবং অপর অর্ধকর্ণ $BO = \frac{BD}{2} = \frac{12x}{2} = 6x$

যেহেতু রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করে।

$\therefore \Delta AOB$ হতে পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে পাই,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$
$$\Rightarrow AB^2 = AO^2 + BO^2$$
$$\Rightarrow (78)^2 = (2.5x)^2 + (6x)^2$$
$$\Rightarrow 6084 = 6.25x^2 + 36x^2$$
$$\Rightarrow 42.25x^2 = 6084$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{6084}{42.25} = 144$$
$$\Rightarrow x = \sqrt{144} = 12 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$ কর্ণ $AC = 5x = 5 \times 12 = 60$ সে.মি.

এবং $BD = 12x = 12 \times 12 = 144$ সে.মি.

$\therefore$ রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$$
$$= \frac{1}{2} \times 60 \times 144$$
$$= 4320 \text{ বর্গ সে.মি. } (\boldsymbol{Ans.})$$

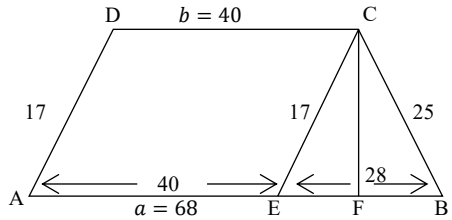
আবার, উচ্চতা $= \frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{\text{বাহুর দৈর্ঘ্য}} = \frac{4320}{78} = 55.38$ সে.মি. $(\boldsymbol{Ans.})$

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

*****১। একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 68 cm ও 40 cm. অপর বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 25 cm ও 17 cm হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো- ২০০১, ০৬, ১১, ১১'পরি, ২৪

সমাধান ঃ মনে করি, $ABCD$ ট্রাপিজিয়ামের বাহুগুলি যথাক্রমে

$$AB = 68\ cm, BC = 25\ cm, CD = 40\ \ cm$$



এবং $AD = 17\ cm$। আর $AB||CD$

এখন, AD এর সমান্তরাল করে CE অঙ্কন করি।

তাহলে, $AECD$ একটি সামান্তরিক।

$\therefore AD = CE = 17\ cm$ এবং $DC = AE = 40\ cm$

$\therefore BE = AB - AE$ $\quad [AB = AE + BE]$

$= 68 - 40$ [মান বসিয়ে]

$= 28\ cm$

এখানে, $a = 28\ cm$

$b = 25\ cm$

$c = 17\ cm$

$$S = \frac{a+b+c}{2} = \frac{28+25+17}{2} = \frac{70}{2} = 35\ cm$$

এখন, ΔBCE হতে পাই,

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$
$$= \sqrt{35(35-28)(35-25)(35-17)}$$
$$= \sqrt{35 \times 7 \times 10 \times 18}$$
$$= 210 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আবার, ΔBCE এর ক্ষেত্রফল $= 210$ বর্গ সে.মি.

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times BE \times CF = 210 \text{ বর্গ সে.মি.}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 28 \times CF = 210$$
$$\Rightarrow CF = \frac{210}{14}$$
$$\therefore CF = 15\ cm$$

এখানে, $AB = a = 68$

$CD = b = 40$

$CF = h = 15$

এখন, আমরা জানি,

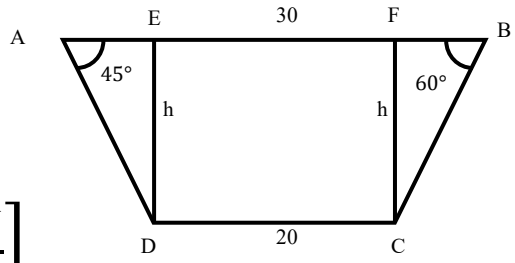
$$\text{ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2}(a+b) \times h$$
$$= \frac{1}{2}(68+40) \times 15$$
$$= \frac{1}{2} \times 108 \times 15$$
$$= 810 \text{ বর্গ সে.মি. } (\boldsymbol{Ans.})$$

❖ **অনুরূপ ঃ একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য $24\ m$ ও $52\ m$। অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য $26m$ ও $30\ m$ হলে ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০২৪'পরি

সমাধান ঃ রচনামূলক ১ নং এর অনুরূপ। **($Ans.\ 912$ বর্গমিটার)**

***** ২। একটি খালের উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে $30\ m$ ও $20\ m$ এবং পাড়দ্বয়ের ঢাল $45°$ ও $60°$. খালটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০০, ০৯'পরি, ১০'পরি, ২৩, ২৩'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, $ABCD$ খালের প্রস্থচ্ছেদ যার উপরের বিস্তার $AB = 30\ m$ ও নিচের বিস্তার $CD = 20\ m$। খালের গভীরতা $DE = CF = h$ মিটার, এবং $\angle DAE = 45°$ ও $\angle CBF = 60°$



$\therefore CD = EF = 20\ m$

এখন, ΔADE হতে পাই,

$\tan 45° = \frac{DE}{AE}$ $\left[\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}\right]$

$\Rightarrow 1 = \frac{h}{AE}$ $[\tan 45° = 1]$

$\therefore AE = h$ মি.

ΔBCF হইতে পাই,

আবার, $\tan 60° = \frac{CF}{BF}$ $\left[\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}\right]$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{BF}$ $[\tan 60° = \sqrt{3}]$

$\therefore BF = \frac{h}{\sqrt{3}}$

এখন, চিত্র হতে,

$$AE + EF + BF = AB$$

$$\Rightarrow h + 20 + \frac{h}{\sqrt{3}} = 30 \qquad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$\Rightarrow h + \frac{h}{\sqrt{3}} = 30 - 20$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}h + h}{\sqrt{3}} = 10$$

$$\Rightarrow h(\sqrt{3} + 1) = 10\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = 6.34\, m$$

$$\therefore h = 6.34\, m$$

$$\therefore CF = DF = 6.34\, m$$

$\therefore$ খালের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + CD) \times CF$

$$= \frac{1}{2}(30 + 20) \times 6.34 \qquad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \times 6.34$$

$= 158.5$ বর্গমিটার (**Ans.**)

***** অনুরূপ ঃ একটি খালের উপর ও নিচের বিস্তার যথাক্রমে $50\ cm$ ও $20\ cm$ এবং পাড়দ্বয়ের ঢাল $30°$ ও $60°$ হলে খালটির প্রস্থচ্ছেদ এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৩, ০৪, ১৫ টেক্স

সমাধান ঃ রচনামূলক ৫ নং এর অনুরূপ। (***Ans.* 454.65** বর্গ সে.মি.)

অধ্যায়-৮ সুষম বহুভুজের ক্ষেত্রফল

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। সুষম ষড়ভুজের একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রি?**

বাকাশিবো- ২০১০, ১১, ১২'পরি, ১৩'পরি

উত্তর ঃ আমরা জানি, সুষম ষড়ভুজের একটি অন্তঃস্থ কোণের পরিমাণ,

$$= \frac{(2n-4)}{6} \times 90^\circ$$

$$= \frac{(2\times6)-4}{6} \times 90^\circ$$

$$= \frac{12-4}{6} \times 90^\circ$$

$$= \frac{8}{6} \times 90^\circ = 120^\circ \textbf{ (Ans.)} \text{ (এখানে } n = 6)$$

**** ২। সুষম ষড়ভুজের অন্তঃস্থ কোণগুলোর সমষ্টি কত সমকোণ?**

বাকাশিবো- ১৯৯২, ৯৩, ০২'পরি, ১১'পরি

উত্তর ঃ আমারা জানি, সুষম ষড়ভুজের অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি

$$= (2n-4) \text{ সমকোণ}$$

$$= \{(2\times6)-4\}\times 90 \qquad [\text{যেহেতু ষড়ভুজ } n = 6]$$

$$= 8 \times 90$$

$$= 720^\circ \textbf{ (Ans.)}$$

*** ৩। সুষম ষড়ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে এর ক্ষেত্রফলের সূত্র লেখ।

বাকাশিবো- ১৯৯১, ৯৯, ০২, ০৯'পরি, ০৬

উত্তর ঃ সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ বর্গ একক **(Ans.)**

** ৪। একটি সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত?

বাকাশিবো- ২০১৪'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = 6\sqrt{3}$

বা, $3\sqrt{3}a^2 = 12\sqrt{3}$ [বজ্রগুণন করে]

বা, $a^2 = \frac{12\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = 4$

$\therefore a = \sqrt{4} = 2$

$\therefore$ পরিসীমা $= 6a = 6 \times 2 = 12$ মিটার **(Ans.)**

[$n = 6$ (ষড়ভুজ)]

*** ৫। একটি সুষম ষড়ভুজের পরিসীমা 36 মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত?

বাকাশিবো- ২০১২

সমাধান ঃ আমরা জানি, সুষম ষড়ভুজের পরিসীমা $= 6a$ মিটার

প্রশ্নমতে, $6a = 36$

বা, $a = \frac{36}{6} = 6$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}6^2 = 54\sqrt{3}$ বর্গমিটার **(Ans.)**

***** ৬। সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $30\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত?** **বাকাশিবো- ২০০২'পরি, ১০, ১১, ১২**

সমাধান ঃ আমরা জানি, সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = 30\sqrt{3}$

বা, $3\sqrt{3}a^2 = 60\sqrt{3}$

বা, $a^2 = \frac{60\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = 20 = 4 \times 5$

বা, $a = \sqrt{20}$

$\therefore a = 2\sqrt{5}$ সে.মি. **(Ans.)**

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। একটি সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $216\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. এর বাহুর সমান বাহুবিশিষ্ট সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০১, ২৩, ২৩'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, সুষম ষড়ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ সে.মি.

আমরা জানি, সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

প্রশ্নমতে, $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = 216\sqrt{3}$

বা, $3\sqrt{3}a^2 = 432\sqrt{3}$

বা, $a^2 = \frac{432\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$

বা, $a^2 = 144$

বা, $a = \sqrt{144}$

$\therefore a = 12$ সে.মি.

$\therefore$ অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল $= 2(1+\sqrt{2})a^2$

$= 2(1+\sqrt{2})a^2$

$= 2(1+\sqrt{2}) \times (12)^2 = 144 \times 2(1+\sqrt{2})$

$= 695.29$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

***** ২। একটি ঘরের সম্মুখভাগের বিস্তার 16 মিটার। ঘরটির সামনে সুষম ষড়ভুজের সন্নিহিত তিন বাহু আকারে বর্ধিত করে একটি বারান্দা তৈরি করা হলে, বারান্দার ক্ষেত্রফল কত?**

বাকাশিবো- ১৯৯০, ৯১, ০৩, ০৮, ০৯'পরি, ১১, ১৩, ১৪, ১৫'পরি, ১৫, ২৪'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, ঘরের সম্মুখভাগের বিস্তার $AB = 16$ মিটার এবং সুষম ষড়ভুজের সন্নিহিত তিন বাহু আকারে বর্ধিত বারান্দা $ABCD$. যেখানে, E হচ্ছে AB এর বিস্তারের মধ্যবিন্দু এবং DE ও CE যোগ করি।

মনে করি, ষড়ভুজের বাহু $AD = a$ মিটার। এখানে সমবাহু ত্রিভুজ তিনটি যথাক্রমে, ΔADE, ΔDEC এবং ΔBCE যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য

$a = AD = AE = \frac{AB}{2} = \frac{16}{2} = 8$ মিটার $\quad [AB = 2AE]$

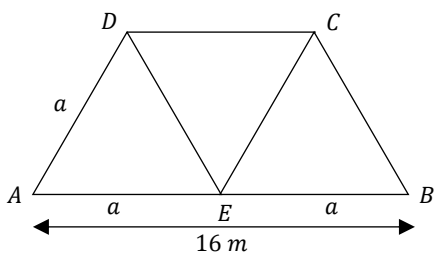
$\therefore$ বারান্দার ক্ষেত্রফল $= 3 \times \Delta ADE$ [তিনটি সমবাহু ত্রিভুজ]

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} 8^2$$

$$= \frac{192\sqrt{3}}{4}$$

$$= 48\sqrt{3}$$ মিটার **(Ans.)**



SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ, একটি বর্গক্ষেত্র এবং একটি সুষম ষড়ভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৮৯, ৯০, ৯৩, ৯৪, ৯৮, ৯৯

সমাধান ঃ আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর সংখ্যা $= 3$

বর্গক্ষেত্রের বাহুর সংখ্যা $= 4$ এবং সুষম ষড়ভুজের বাহুর সংখ্যা $= 6$

$3, 4, 6$ এর ল.সা.গু 12

মনে করি, একটি সমবাহু ত্রিভুজ,

বর্গক্ষেত্র এবং সুষম ষড়ভুজের পরিসীমা $=12a$ মিটার [a= বাহুর দৈর্ঘ্য]

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{\text{পরিসীমা}}{\text{বাহুর সংখ্যা}}$

$= \frac{12a}{3} = 4a$ মিটার

এখন, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(4a)^2$ বর্গমিটার

আবার, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{\text{পরিসীমা}}{\text{বাহুর সংখ্যা}}$

$= \frac{12a}{4} = 3a$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (\text{বাহু})^2 = (3a)^2$ বর্গমিটার

এবং ষড়ভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{\text{পরিসীমা}}{\text{বাহুর সংখ্যা}}$

$= \frac{12a}{6} = 2a$ মিটার

$\therefore$ ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times$ (বাহুর দৈর্ঘ্য)^2

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}(2a)^2$ বর্গমিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ঃ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ঃ ষড়ভুজের ক্ষেত্রফল

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(4a)^2 : (3a)^2 : \frac{3\sqrt{3}}{2}(2a)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 16a^2 : 9a^2 : \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 4a^2$

$= 4\sqrt{3}a^2 : 9a^2 : 6\sqrt{3}a^2$

$= 4\sqrt{3} : 9 : 6\sqrt{3}$ [a^2 দ্বারা ভাগ করে]

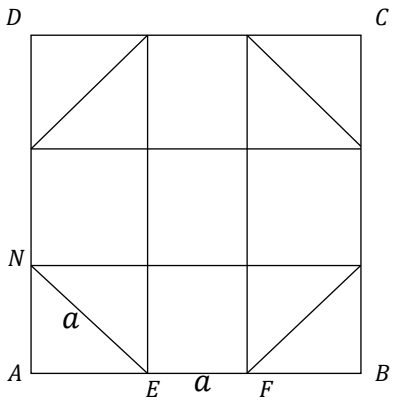
$= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} : \frac{9}{\sqrt{3}} : \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ [$\sqrt{3}$ দ্বারা ভাগ করে]

$= 4 : 3\sqrt{3} : 6$ **(Ans.)**

***** ২। একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ হলে, উক্ত বর্গক্ষেত্রের অন্তর্লিখিত সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৮৪, ৮৫, ০৪'পরি, ১০'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, ABCD বর্গক্ষেত্রের বাহু AB=$40\sqrt{2}$ মিটার এবং এর অন্তর্লিখিত সুষম অষ্টভুজের বাহু NE=a মিটার এবং EF=a মিটার।



ANE সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $NE^2 = AN^2 + AE^2$

বা, $NE^2 = AE^2 + AE^2 \quad [AN = AE]$

বা, $2AE^2 = NE^2 = a^2$

বা, $2AE^2 = a^2$

বা, $AE = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

চিত্র হতে, $AE + EF + FB = AB$

বা, $\frac{a}{\sqrt{2}} + a + \frac{a}{\sqrt{2}} = 40\sqrt{2}$

বা, $2.\frac{a}{\sqrt{2}} + a = 40\sqrt{2}$

বা, $\sqrt{2}a + a = 40\sqrt{2} \quad [2 = \sqrt{2}.\sqrt{2}]$

বা, $a(1 + \sqrt{2}) = 40\sqrt{2}$

বা, $a = \frac{40\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})}$

$\therefore a = 23.43$ মিটার

$\therefore$ সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল $= 2(1 + \sqrt{2})a^2$

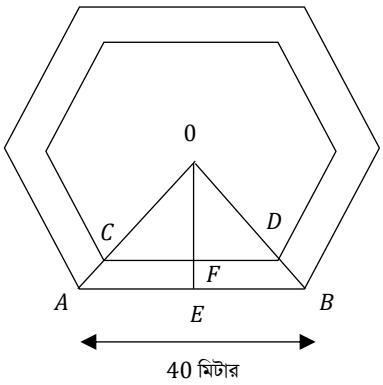
$= 2(1 + \sqrt{2}) \times (23.43)^2$

$= 2 \times 2.4142 \times 548.97$

$= 2650.62$ বর্গমিটার **(Ans.)**

**** ৩। সুষম ষড়ভুজের একটি মাঠের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 40 মিটার। এর ভিতরে সকল দিকে সীমানা ঘেঁষে 3 মিটার চওড়া একটি পথ তৈরি করা হলে, পথের ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো-২০০২, ২৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, সুষম ষড়ভুজাকৃতি মাঠের বাহু, AB=a=40 মিটার



$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (40)^2$

$= 4156.92$ বর্গমিটার

E এবং CD এর উপর OF লম্ব আঁকি।

এখন, AB এর লম্ব, ΔOAB একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

$\therefore OE = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 40 = 34.64$ মিটার

যেহেতু পথের প্রস্থ $EF = 3$ মিটার

$\therefore OE = OF + EF$

বা, $OF = OE - EF = 34.64 - 3 = 31.64$ মিটার

মনে করি, পথ বাদে ষড়ভুজের বাহু, $CD = x$ মিটার

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}}{2}x = OF = 31.64$

$\therefore x = \frac{31.64 \times 2}{\sqrt{3}}$

$= 36.53$ মিটার

$\therefore$ পথ বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল $= \frac{3\sqrt{3}}{2}x^2$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (36.53)^2$

$= 3466.98$ বর্গ মিটার

$\therefore$ পথের ক্ষেত্রফল $=$ (মাঠের ক্ষেত্রফল $-$ পথ বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল)

$= 4156.92 - 3466.98$

$= 689.94$ বর্গমিটার **(Ans.)**

অধ্যায়-৯ বৃত্ত, বৃত্তকলা এবং বৃত্তাংশের

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি বৃত্তের পরিধি 22 সেমি হলে এর ব্যাস কত?** বাকাশিবো-১০

সমাধান ঃ আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= \pi d$

প্রশ্নমতে,

$$\pi d = 22$$

$$\Rightarrow d = \frac{22}{\pi} = \frac{22}{3.1416}$$

$$\therefore d = 7 \text{ সেমি } (\textbf{Ans.})$$

**** ২। একটি বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল 21 বর্গ সেমি। এর ব্যাসার্ধ 7 সেমি হলে চাপের দৈর্ঘ্য কত?** বাকাশিবো- ২০১১, ১৩

সমাধান ঃ এখানে, ক্ষেত্রফল, $A = 21$ বর্গ সেমি

ব্যাসার্ধ, $r = 7$ সেমি

চাপের দৈর্ঘ্য, $l = ?$

আমরা জানি, বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} l \times r$

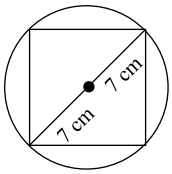
$$\Rightarrow 21 = \frac{1}{2} l \times 7$$

$$\Rightarrow 7l = 42$$

$$\therefore l = 6 \text{ সেমি } (\textbf{Ans.})$$

**** ৩। কোনো বৃত্তের ব্যাসার্ধ 7 সেমি হলে এর অন্তর্লিখিত বর্গের ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো- ২০০৮, ০৩

সমাধান ঃ দেওয়া আছে,



বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= 7$ সেমি

বৃত্তের ব্যাস, $d = 2r = 2 \times 7 = 14$ সেমি

$\therefore$ বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণ $= d = 14$ সে.মি.

$\therefore$ বর্গের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}d^2 = \frac{1}{2} \times (14)^2 = \frac{196}{2} = 98$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

*** ৪। একটি চাকার ব্যাস 1 মি. হলে 10 বার আবর্তনে এটি কত পথ অতিক্রম করবে?** বাকাশিবো- ২০০৩

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $d = 1$ মি

$n = 10$ বার (rev)

চাকাটি একবার আবর্তনের ফলে চাকার পরিধির সমান পথ অতিক্রম করে।

চাকার পরিধি $= \pi d = \pi \times 1 = \pi$ মি.

$\therefore$ 10 বার আবর্তন করলে $= n\pi d$

$= 10 \times 3.1416 \times 1$

$= 31.41$ মি. **(Ans.)**

*** ৫। একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাস 280 মি.। মাঠটি একবার ঘুরে আসতে কত পথ অতিক্রম করবে?** বাকাশিবো ২০০২'পরি

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, মাঠের ব্যাস, $d = 280$ মি

মাঠের পরিধি $= \pi d = \pi \times 280$

$= 3.1416 \times 280$

$= 879.65$ মি. (**Ans.**)

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি বৃত্তের পরিসীমা 88 মি.। এর ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা কত?** বাকাশিবো- ২০১৪'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r$ মি.

আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

প্রশ্নমতে, $2\pi r = 88$

$\Rightarrow r = \frac{88}{2\pi}$

$\Rightarrow r = \frac{88}{2\times3.1416}$

$\therefore r = 14$ মি.

$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.1416 \times (14)^2 = 615.75$ ব.মি.

আবার, মনে করি, বর্গক্ষেত্রের বাহু $= a$ মি.

আমরা জানি, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2$

প্রশ্নমতে, $a^2 = 615.75$

$\Rightarrow a = \sqrt{615.75}$

$\therefore a = 24.81$ মি.

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা =4a=4×24.81=99.24 মি. (**Ans.**)

***** ২। একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল 616 বর্গ সে.মি.। উক্ত বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো-২০০৯'পরি, ২৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= r$ সেমি

আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

প্রশ্নমতে, $\pi r^2 = 616$

$\Rightarrow r^2 = \frac{616}{3.1416}$

$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{616}{3.1416}}$

$\therefore r = 14$ সে.মি.

এখন বৃত্তের অন্তর্লিখিত বর্গের কর্ণ বৃত্তের ব্যাসের সমান।

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= 2r = 2 \times 14 = 28$ সে.মি.

বর্গের এব বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$

$\therefore$ কর্ণ $a\sqrt{2} = 28$

বা, $a = 14\sqrt{2}$

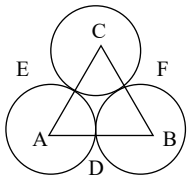
বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= a^2 = \left(14\sqrt{2}\right)^2$

$= 392\ cm^2$ (**Ans.**)

***** ৩। 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থ স্পর্শ করে। বৃত্ত তিনটির মধ্যবর্তী ফাঁকা স্থানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০৮

সমাধান ঃ



সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমান হবে,
$\alpha = \frac{180}{3} = 60°$

মনে করি, বৃত্ত তিনটির কেন্দ্র A, B ও C

$AD = BD = 6$ সেমি

$\therefore AB = 2 \times AD$

$= 2 \times 6 = 12$ সেমি

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12)^2$

$= 62.35$ ব.সেমি

এবং, বৃত্তকলার ADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\alpha°}{360°} \times \pi r^2$

$= \frac{60}{360} \times 3.1416 \times 6^2$

$= 18.86$ ব.সেমি

$\therefore$ বৃত্ত তিনটির মধ্যবর্তী ফাঁকা স্থানের ক্ষেত্রফল,

$= \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $-$ বৃত্তকলা তিনটির ক্ষেত্রফল

$= 62.35 - (3 \times 18.86)$

[বৃত্তকলা তিনটি যথাক্রমে ADE, BDF, CEF]

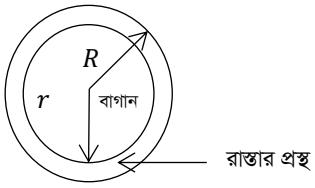
$= 62.35 - 56.58$

$= 5.77$ সেমি (**Ans.**)

**** ৪। একটি বৃত্তাকার বাগানের ব্যাসার্ধ 40 মি। এর বাহিরে চতুর্দিকে সমান চওড়া রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের সমান হলে রাস্তার প্রস্থ নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, বৃত্তাকার বাগানের ব্যাসার্ধ, $r = 40$ মি.

মনে করি, রাস্তাসহ বাগানের ব্যাসার্ধ $= R$ মি.



আমরা জানি, বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

[বাগানটি বৃত্তাকার]

$\therefore$ বাগানের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ মি.

এবং রাস্তার ক্ষেত্রফল = রাস্তা সহ বাগানের ক্ষেত্রফল − বাগানের ক্ষেত্রফল

$$= \pi R^2 - \pi r^2$$

প্রশ্নমতে, $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi r^2$

$$\Rightarrow \pi(R^2 - r^2) = \pi r^2$$

$$\Rightarrow R^2 - r^2 = r^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 2r^2$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{2r^2} = r\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow R = 40\sqrt{2}$$

$\therefore R = 56.57$ মি.

$\therefore$ রাস্তার প্রস্থ $= R - r = 56.57 - 40 = 16.57$ মি. (**Ans.**)

**** ৫। একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ভিতরের পরিধি অপেক্ষা বাইরের পরিধি 44 মি. বড়। রাস্তাটির বিস্তার নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো-২০১১

সমাধান ঃ মনে করি, বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ $= r$ মি.এবং রাস্তাসহ মাঠের ব্যাসার্ধ $= R$ মি.

যেহেতু রাস্তাটি বৃত্তাকার। তাই আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$

প্রশ্নমতে, রাস্তাসহ মাঠের পরিধি $-$ বৃত্তাকার মাঠের পরিধি $= 44$

$$\Rightarrow 2\pi R - 2\pi r = 44$$

$$\Rightarrow 2\pi(R - r) = 44$$

$$\Rightarrow R - r = \frac{44}{2\pi} = \frac{44}{2\times3.1416} = 7$$

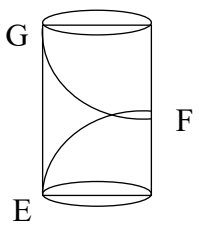
$\therefore$ রাস্তার বিস্তার $= 7$ মিটার **(Ans.)**

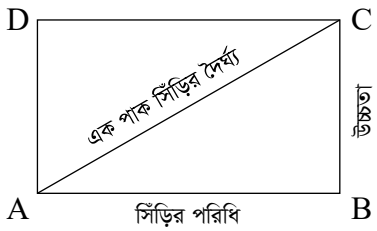
SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি ঘুরানো সিঁড়ির ব্যাস 2 মি. এবং এর খাড়া উচ্চতা 10 মি.। সিঁড়িটি যদি মোট পাঁচ পাক ঘুরে থাকে তবে সিঁড়ির দৈর্ঘ্য কত?**

বাকাশিবো-২০০৭, ২৫'পরি

সমাধান ঃ





মনে করি, সিঁড়ির এক পাকের উচ্চতা EG। সিঁড়ির EG অংশকে EG বরাবর খাড়াভাবে কেটে সমতল আকৃতি দিলে তা $ABCD$ আয়তক্ষেত্রের মত হবে যেখানে AB সিঁড়ির পরিধি এবং BC=EG= এক পাকের উচ্চতা।

আমরা জানি, পরিধি, AB=2πr=$2 \times 3.1416 \times \frac{2}{2} = 6.29$ মি.।

এবং $BC = (10 \div 5) = 2$ মি

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= AC = \sqrt{(6.29)^2 + 2^2} = 6.6 \text{ মি.}$$

$\therefore$ এক পাক সিঁড়ির দৈর্ঘ্য $AC = 6.6$ মি.

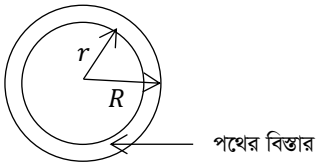
$\therefore$ পাঁচ পাক সিঁড়ির দৈর্ঘ্য $= 6.6 \times 5 = 33$ মি. (**Ans.**)

***** ২। একটি বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল 5 হেক্টর। মাঠের ভিতর সীমানা ঘেষে সমান বিস্তারবিশিষ্ট একটি পথ আছে। পথের ক্ষেত্রফল সমগ্র মাঠের ক্ষেত্রফলের এক-দশমাংশ হলে পথের বিস্তার কত?** বাকাশিবো- ২০১৩

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল= 5হেক্টর

$= 5 \times 10000$ মি. [1 হেক্টর = 10000 বর্গ মি.]

$= 50000$ ব.মি.



প্রশ্নমতে, পথের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{10} \times$ মাঠের ক্ষেত্রফল

$\therefore$ পথের ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{50000}{10}\right)$

$= 5000$ ব.মি.

$\therefore$ পথ ছাড়া মাঠের ক্ষেত্রফল $= (50000 - 5000)$ ব.মি.

$= 45000$ ব.মি.

মনে করি,

বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ $= R$ মি.এবং পথ ছাড়া মাঠের ব্যাসার্ধ $= r$ মি.

আমরা জানি, পথসহ বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল $= \pi R^2$

প্রশ্নমতে, $\pi R^2 = 50000$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{50000}{\pi}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{50000}{\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{50000}{3.1416}}$$

$= 126.16$ মি.

আবার, পথ বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল, $\pi r^2 = 45000$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{45000}{\pi}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{45000}{3.1416}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{45000}{3.1416}}$$

$\therefore r = 119.69$ মি

$\therefore$ পথের বিস্তার =(R-r)=(126.16-119.68)=6.48 মি. (**Ans.**)

অধ্যায়-১০ আয়তাকার ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল ও আয়তন

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা যথাক্রমে 9cm, 6cm এবং 2cm হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য বের কর।**

বাকাশিবো- ১৯৯৩, ২০০৬, ২০'পরি

সমাধান ঃ এখানে, $a = 9\ cm$

$b = 6\ cm$

$c = 2\ cm$

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ, $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$= \sqrt{9^2 + 6^2 + 2^2}$

$= \sqrt{81 + 36 + 4}$

$= \sqrt{121} = 11\ cm$ **(Ans.)**

*** ২। একটি ঘনকের আয়তন $125\ cm^3$ হলে এটির দৈর্ঘ্য কত?**

বাকাশিবো- ২০১৩'পরি

সমাধান ঃ ধরি ঘনকের দৈর্ঘ্য $a = cm$

আমরা জানি, ঘনকের আয়তন $= a^3$

বা, $125 = a^3$

বা, $a = \sqrt[3]{125}$ [ঘনমূল করে]

$\therefore a = 5\ cm$ **(Ans.)**

***** ৩। একটি ঘনকের কর্ণ $3\sqrt{3}\ m$ হলে এর আয়তন কত?**

বাকাশিবো- ২০১১, ১৮'পরি

সমাধান ঃ অতি সংক্ষিপ্ত ৮ নং এর অনুরূপ। **(Ans: $27\ m^3$)**

**** ৪। একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 72 বর্গ মিটার হলে এটির কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?**

সমাধান ঃ ধরি, ঘনকের ধার $= a$ মিটার হলে,

আমরা জানি, ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$

বা, $72 = 6a^2$

বা, $a^2 = \frac{72}{6} = 12$

বা, $a = \sqrt{12}$ [বর্গমূল করে]

বা, $a = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3}$

$\therefore a = 2\sqrt{3}\ cm$

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণ $d = a\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2 \times \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 2 \times 3 = 6$ মিটার **(Ans.)**

**** ৫। একটি ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার হলে এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?**

বাকাশিবো- ২০০৩, ১৮

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, ঘনকের ধার $a = 2$ মিটার

$\therefore$ সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $=6a^2=6\times 2^2=6\times4=24$ বর্গমিটার **(Ans.)**

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 12: 4: 3 এর আয়তন 1152 ঘন সে.মি. হলে, ঘনবস্তুটির সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল ও এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৪, ১৩'পরি, ২৪

সমাধান ঃ মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 12x$, প্রস্থ $b = 4x$ এবং উচ্চতা $c = 3x$ সে.মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = দৈর্ঘ্য×প্রস্থ ×উচ্চতা

$\therefore$ আয়তন $V = abc$

বা, $1152 = 12x \times 4x \times 3x$

বা, $144x^3 = 1152$

বা, $x^3 = \frac{1152}{144}$

বা, $x^3 = 8$

বা, $x = \sqrt[3]{8} = 2$

$\therefore a = 12x = 12 \times 2 = 24$ সে.মি.

$b = 4x = 4 \times 2 = 8$ সে.মি.

$c = 3x = 3 \times 2 = 6$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনবস্তুর সম্পূর্ণতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$

$= 2\{(24 \times 8) + (8 \times 6) + (6 \times 24)\}$

$= 2(192 + 48 + 144)$

$= 2 \times 384$

$= 768$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$= \sqrt{(24)^2 + (8)^2 + 6^2}$

$= \sqrt{876 + 64 + 36}$

$= \sqrt{676}$

$= 26$ সে.মি. **(Ans.)**

*** ২। একটি ঘনকের আয়তন যত সে.মি. এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল তত বর্গ সে.মি.। ঘনকটির ধারের ও বর্গের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ মনে করি, ঘনকের ধারের দৈর্ঘ্য $= a$ সে.মি.

$\therefore$ আয়তন $= a^3$ ঘন সে.মি.

এবং সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $a^3 = 6a^2$

বা, $a = 6$

$\therefore$ ঘনকটির ধারের দৈর্ঘ্য $= a = 6$ সে.মি.

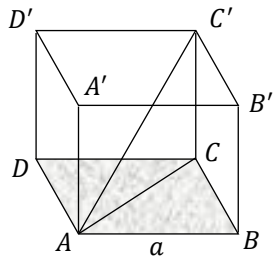
এবং এর বর্গের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ সে.মি. **(Ans.)**

**** ৩। যদি কোনো ঘনবস্তুর প্রত্যেক ধারের দৈর্ঘ্য a হয়, তবে দেখাও যে, প্রত্যেক তলের কর্ণ $a\sqrt{2}$ এর ঘনবস্তুর কর্ণ $a\sqrt{3}$.**

সমাধান ঃ মনে করি, $ABC'D'$ একটি ঘনবস্তু, যার প্রতি ধারের দৈর্ঘ্য a

$\therefore AB = BC = CC' = a$

এখন ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,



$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

বা, $AC = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

আবার, ACC' সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$AC'^2 = AC^2 + CC'^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$

বা, $AC' = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$

যেহেতু ঘনবস্তুর প্রতিটি পৃষ্ঠ সর্বসম বর্গক্ষেত্র

$\therefore$ ঘনবস্তুর প্রত্যেকটি তলের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{2}$

এবং ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3}$ **(Ans.)**

**** ৪। তিনটি ধাতব ঘনকের ধারসমূহ যথাক্রমে 3 সেমি, 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.। এদেরকে গলিয়ে একটি ঘনক তৈরি করা হলো। নতুন ঘনকটির ধার ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।** **বাকাশিবো- ১৯৮৪, ৮৫, ২০০৯, ১২**

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, ঘনকের ধারসমূহ 3, 4, 5 সেমি।

আমরা জানি, a ধার বিশিষ্ট ঘনকের আয়তন $V = a^3$

$\therefore V_1 = 3^3$ ঘন সে.মি.

$V_2 = 4^3$ ঘন সে.মি.

এবং $V_3 = 5^3$ ঘন সে.মি.

[যেহেতু তিনটি ধাতব ঘনককে গলিয়ে নতুন ঘনক তৈরি করা হয়েছে, ফলে নতুন ঘনকের আয়তন = তিন ঘনকের আয়তন]

$\therefore$ শর্তমতে, $V = V_1 + V_2 + V_3$

বা, $a^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$

বা, $a^3 = 216$

বা, $a = \sqrt[3]{216} = 6$

$\therefore$ নতুন ঘনকটির ধারের দৈর্ঘ্য $a = 6$ সে.মি. **(Ans.)**

এর কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ সে.মি. **(Ans.)**

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 4700 বর্গ সে.মি.। ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 5: 4: 3 হলে এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০৩

সমাধান ঃ মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য $a = 5x$, প্রস্থ $b = 4x$ এবং উচ্চতা $c = 3x$ সে.মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের

ক্ষেত্রফল, $= 2(ab + bc + ca)$

$= 2\{(5x \times 4x) + (4x \times 3x) + (3x \times 5x)\}$

$= 2(20x^2 + 12x^2 + 15x^2)$

$= 94x^2$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $94x^2 = 4700$

বা, $x^2 = \frac{4700}{94} = 50$

বা, $x = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{5^2 \times 2}$

$\therefore x = 5\sqrt{2}$ সে.মি.

$\therefore$ দৈর্ঘ্য $a = 5x = 5 \times 5\sqrt{2} = 25\sqrt{2}$ সে.মি. **(Ans.)**

প্রস্থ $b = 4x = 4 \times 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$ সে.মি. **(Ans.)**

এবং উচ্চতা $c = 3x = 3 \times 5\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$ সে.মি. **(Ans.)**

*** ২। ঢাকনাসহ একটি কাঠের বাক্সের বহির্ভাগের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 12 সে.মি. 10 সে.মি. ও 8 সে.মি.এবং অন্তর্ভাগের সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল 376 বর্গ সেমি হলে বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০১, ২৩

সমাধান ঃ মনে করি, বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব x সে.মি.।

$\therefore$ বাক্সটির ভিতরের দৈর্ঘ্য $a = 12 - 2x$

[বহির্ভাগের দৈর্ঘ্য $-2 \times$ কাঠের পুরুত্ব = ভিতরের দৈর্ঘ্য]

প্রস্থ $b = 10 - 2x$ এবং উচ্চতা $c = 8 - 2x$

$\therefore$ বাক্সটির সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc) + ca$

$= 2\{(12 - 2x)(10 - 2x) + (10 - 2x)(8 - 2x) + (8 - 2x)(12 - 2x)\}$

$= 2(120 - 24x - 20x + 4x^2 + 80 - 20x - 16x + 4x^2 + 96 - 16x - 24x + 4x^2)$

$= 24x^2 - 240x + 592$ বর্গ সেমি

প্রশ্নমতে, $24x^2 - 240x + 592 = 376$

বা, $24x^2 - 240x + 592 - 376 = 0$

বা, $24x^2 - 240x + 216 = 0$

বা, $24(x^2 - 10x + 9) = 0$

বা, $x^2 - 10x + 9 = 0$

বা, $x^2 - 9x - x + 9 = 0$

বা, $x(x - 9) - 1(x - 9) = 0$

বা, $(x - 1)(x - 9) = 0$

বা, $x - 1 = 0$

বা, $x = 1$ $[\therefore x - 9 \neq 0]$

$\therefore$ নির্ণেয় কাঠের পুরুত্ব $= 1$ সে.মি. **(Ans.)**

অধ্যায়-১১ প্রিজম-এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল, আয়তন

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। প্রিজমের আয়তন নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ।** বাকাশিবো- ২০০৭, ১১, ১৪'পরি

সমাধান ঃ প্রিজমের আয়তন, $(V) =$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= A \times h$ ঘন একক

*** ২। প্রিজমের আয়তন 128 ঘনমিটার এবং এর উচ্চতা 400 সেমি হলে ভূমির ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো-২০১১'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$$\Rightarrow V = Ah$$

$$\Rightarrow A = \frac{V}{h}$$

$$\Rightarrow A = \frac{128}{4} \qquad \begin{bmatrix} h = 400\ cm = 4\ m \\ 1\ m = 100\ cm \end{bmatrix}$$

$\therefore A = 32$ বর্গ মি.(**Ans.**)

***** ৩। a ধারবিশিষ্ট ষড়ভুজাকৃতি সমপ্রিজমের আয়তন কত?** বাকাশিবো-২০০৮, ১৫, ১৫'টেক্স

সমাধান ঃ আমরা জানি, প্রিজমের ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ একক

[উচ্চতা, $h = a$ একক]

$\therefore$ এর আয়তন $= Ah = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 . a = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$ ঘন একক (**Ans.**)

***** ৪। একটি প্রিজমের আয়তন 128 ঘনসেমি এবং উচ্চতা 4 সেমি হলে ভূমির ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো-২০০৪, ০৯'পরি, ২০

সমাধান ঃ এখানে, $V = 128$ ঘনসেমি

$h = 4$ সেমি

$A = ?$

আমরা জানি, প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$$\Rightarrow V = Ah$$

$$\Rightarrow A = \frac{V}{h} = \frac{128}{4}$$

$$\therefore A = 32 \text{ বর্গ সেমি } (\textbf{Ans.})$$

৫। একটি প্রিজমের সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি ভূমির ধার 4 মি. এবং উচ্চতা 6 মি.। প্রিজমটির পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান ঃ আমরা জানি, প্রিজমের ভূমির পরিসীমা $= 3a$

$= 3 \times 4 = 12$ মি.

∴ প্রিজমের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

$= 12 \times 6 = 72$ মি. $(\textbf{Ans.})$

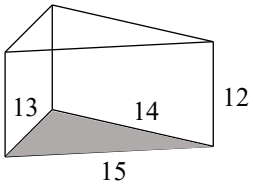
SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি ত্রিভুজাকৃতি সম প্রিজমের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 সেমি, 14 সেমি ও 15 সেমি এবং উচ্চতা 12 সেমি হলে এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।** বাকাশিবো-২০০১, ০২'পরি, ০৩'পরি

সমাধান ঃ এখানে, বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 13$ সেমি

$b = 14$ সেমি

$c = 15$ সেমি



আমরা জানি,

প্রিজমের ভূমির পরিসীমা, $2S = a + b + c$

$$\Rightarrow 2S = 13 + 14 + 15 = 42$$

$$\Rightarrow S = \frac{42}{2}$$

$$\therefore S = 21 \text{ সেমি}$$

$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল,

$$A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

$$= \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$$

$$= \sqrt{7056}$$

$$= 84 \text{ বর্গ সেমি}$$

$\therefore$ প্রিজমটির পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $=$ ভূমির পরিসীমা $\times$ উচ্চতা

$= 42 \times 12 \quad [h = 12$ সেমি$]$

$= 42 \times 12$

$= 504$ বর্গ সেমি

এবং প্রিজমটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল $=$ পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $+2 \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল

$= 504 + 2 \times 84$

$= 672$ বর্গ সেমি $(\mathbf{Ans.})$

**** ২। একটি প্রিজম ত্রিভুজাকৃতি ভূমির উপরে অবস্থিত। ত্রিভুজের বাহুগুলো 13 সেমি, 20 সেমি এবং 21 সেমি। প্রিজমটির উচ্চতা 9 সেমি হলে প্রিজমটির আয়তন নির্ণয় কর।** বাকাশিবো-২০০৪'পরি

সমাধান ঃ এখানে, বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 13$ সেমি

$b = 20$ সেমি

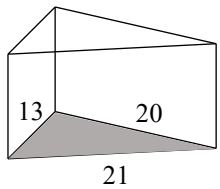
$c = 21$ সেমি

আমরা জানি, প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা, $2S = a + b + c$

$\Rightarrow 2S = 13 + 20 + 21 = 54$

$\Rightarrow S = \frac{54}{2}$

$\therefore S = 27$ সেমি



$\therefore$ প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল,

$$A = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$= \sqrt{27(27-13)(27-20)(27-21)}$$

$= \sqrt{27 \times 14 \times 7 \times 6}$

$= \sqrt{15874}$

$= 126$ বর্গ সেমি

$\therefore$ প্রিজমটির আয়তন, $V =$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= Ah$

$= 126 \times 9$ [h=9 সেমি]

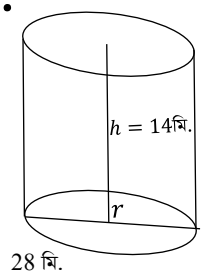
$= 1134$ ঘন সেমি (**Ans.**)

*** ৩। একটি কুয়ার গভীরতা 14 মিটার এবং এর ব্যাস 28 মিটার। প্রতি ঘন মিটার 5 টাকা হিসাবে উক্ত কুয়ার মাটি খনন করতে কত টাকা লাগবে?**

বাকাশিবো- ২০০০'পরি

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, কুয়ার গভীরতা, $h = 14$ মি.

কুয়ার ব্যাস, $d = 28$ মি.



$\therefore$ কুয়ার ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{28}{2} = 14$ মি.

যেহেতু কুয়াটি সিলিন্ডার আকৃতির।

$\therefore$ কুয়াটির আয়তন $=$ ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$V = \pi r^2 h$

$= 3.1416 \times (14)^2 \times 14$

$= 8624$ ঘন মি.

$\therefore$ কুয়াটি খনন করতে মোট খরচ =8624×5=43120 টাকা লাগবে (**Ans.**)

*** ৪। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতির, যার সমান বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি এবং অপর বাহুটি 16 সেমি। প্রিজমটির উচ্চতা 12 সেমি হলে এর আয়তন নির্ণয় কর। বাকাশিবো-২০১১, ১৩'পরি, ১৪'পরি, ২৫'পরি

সমাধান ঃ এখানে, $a = 10$ সেমি

$c = 16$ সেমি

$h = 12$ সেমি

আমরা জানি,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$

$$= \frac{16}{4}\sqrt{4 \times (10)^2 - (16)^2}$$

$$= 4\sqrt{(4 \times 100) - 256}$$

$$= 4\sqrt{400 - 256}$$

$$= 4\sqrt{144}$$

$$= 4 \times 12$$

$$= 48 \text{ বর্গ সেমি}$$

$\therefore$ প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$$V = Ah$$

$$= 48 \times 12$$

$$= 576 \text{ ঘন সে.মি. } (\textbf{Ans.})$$

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১ । 24 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমপ্রিজম 7 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজের উপর অবস্থিত। প্রিজমটির আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০১০, ১২'পরি, ১৫'পরি'টেক্স

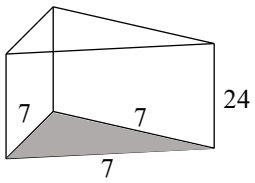
সমাধান ঃ আমরা জানি,

প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ [∵ ভূমি সমবাহু ত্রিভুজ]

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 7^2$ $[a = 7]$

$= 21.22$ বর্গ সে.মি.

প্রিজমটির উচ্চতা $h = 24$ সেমি



∴ প্রিজমটির আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$V = Ah$

$= 21.22 \times 24$

$= 509.28$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

আবার, ভূমির পরিসীমা, p=3a=3×7=21 সেমি [যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজ]

আমরা জানি,

প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল + দুপ্রান্তের ক্ষেত্রফল

$= ph + 2A$

$= (21 \times 24) + (2 \times 21.22)$

$= 504 + 42.44$

$= 546.44$ ব.সেমি **(Ans.)**

*** ২। একটি সমপ্রিজমের ভূমি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকৃতির, যার সমান বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি এবং অপর বাহু 16 সেমি। প্রিজমটির উচ্চতা 12 সেমি হলে এর আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বাকাশিবো-২০১১, ১৪

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, $a = b = 10$ সেমি

$c = 16$ সেমি এবং $h = 12$ সেমি

প্রিজমটির ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$

$= \frac{16}{4}\sqrt{4 \times (10)^2 - (16)^2}$

$= 4\sqrt{(4 \times 100) - (16)^2}$

$= 4\sqrt{400 - 256}$

$= 4\sqrt{144}$

$= 4 \times 12 = 48$ ব.সেমি

∴ প্রিজমটির ভূমির পরিসীমা, $p = a + b + c$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ]

$= 10 + 10 + 16 = 36$

∴ প্রিজমটির আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

বা, $V = Ah$

$= 48 \times 12 = 576$ ঘন সেমি (**Ans.**)

∴ এর পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

$= ph = 36 \times 12 = 432$ ব.সেমি

∴ প্রিজমটির সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল = পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল + দুপ্রান্তের ক্ষেত্রফল

$= ph + 2A$

$=432+(2\times48)=528$ ব.সেমি (**Ans.**)

অধ্যায়-১২

সামান্তরিক ঘনবস্তু ও সিলিন্ডারের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সূত্র লেখ।** বাকাশিবো-২০১২, ১৫'পরি

সমাধান ঃ সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক।

***** ২। একটি সিলিন্ডারের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সূত্রটি লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০৩, ০৪'পরি, ০৫, ১১, ১১'পরি, ১৩'পরি, ১৫'পরি, ২৩, ২৩'পরি

সমাধান ঃ এখানে, $r =$ ভূমির ব্যাসার্ধ এবং $h =$ উচ্চতা

সিলিন্ডারের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল=বক্রতলের ক্ষেত্রফল+2× ভূমির ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2$$
$$= 2\pi r(h + r)$$

**** ৩। সিলিন্ডারের আয়তনের সূত্রটি লেখ।** বাকাশিবো-১৯৯০, ৯১, ২০০৪

সমাধান ঃ সিলিন্ডারের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$= \pi r^2 h$ ঘন একক।

***** ৪। একটি সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ 7 সেমি এবং উচ্চতা 16 সেমি। এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত?** বাকাশিবো-২০০০, ০৬, ১৪, ২৫'পরি

সমাধান ঃ এখানে, $r = 7$ সেমি. এবং $h = 16$ সেমি.

আমরা জানি, সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 16$=704 মি. (**Ans.**)

৫। একটি সিলিন্ডারের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল 440 বর্গ সেমি। এর উচ্চতা 10 সেমি হলে ভূমির ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান ঃ এখানে, ক্ষেত্রফল =440 বর্গ সেমি এবং উচ্চতা, h=10 সেমি

আমরা জানি, সিলিন্ডারের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$

$$\Rightarrow 440 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 10$$

$$\Rightarrow 440r = 440 \times 7 \quad \text{[বর্জ্র গুণন করে]}$$

$$\Rightarrow r = \frac{440\times7}{440}$$

$$\therefore r = 7 \text{ সেমি } (\textbf{Ans.})$$

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। 16 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ 7 সেমি হলে এর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০০, ১২

সমাধান ঃ $r = 7$ সেমি. এবং $h = 16$ সেমি.

আমরা জানি, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(16 + 7)$$

$$= 1012 \text{ ব.সেমি } (\textbf{Ans.})$$

আবার, আমরা জানি, সিলিন্ডারের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$$\therefore V = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7^2 \times 16$$

$$= 2464 \text{ ঘনসেমি } (\textbf{Ans.})$$

****২। একটি সিলিন্ডারের উচ্চতা 12 সেমি এবং ভূমির ব্যাস 7 সেমি। এর আয়তন এবং সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০১, ১১, ২৩

সমাধান ঃ এখানে, $d = 7$ সেমি ও $h = 12$ সেমি

দেওয়া আছে, ভূমির ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ সেমি

আমরা জানি, সিলিন্ডারের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$$\Rightarrow V = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 12$$
$$= 462 \text{ ঘন সেমি } (\textbf{Ans.})$$

আবার, সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h + r)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5(12 + 3.5)$$
$$= 341 \text{ ব. সেমি } (\textbf{Ans.})$$

**** ৩। একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 2000 ব.মি এবং ভূমির ব্যাস 40 মি হলে এর আয়তন ও উচ্চতা নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো-২০০৬'পরি, ১৪

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, ব্যাস, $d = 40$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{40}{2} = 20$ সেমি

মনে করি, উচ্চতা $= h$ মি.

আমরা জানি,

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

প্রশ্নমতে, $2\pi rh = 2000$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 20 \times h = 2000$$

$$\Rightarrow 125.72h = 2000$$

$$\Rightarrow h = \frac{2000}{125.72}$$

$\therefore h = 15.91$ মি.

$\therefore$ সিলিন্ডারের উচ্চতা $= 15.91$ মি. **(Ans.)**

আবার, আমরা জানি, সিলিন্ডারের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

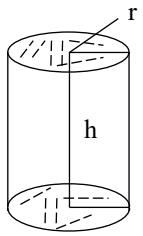
$$\therefore V = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times (20)^2 \times 15.91$$

$$= \frac{140008}{7} = 20001.14 \text{ ঘন সেমি } \textbf{(Ans.)}$$

*** ৪। দুই প্রান্ত খোলা একটি ফাঁপা সিলিন্ডার এর আয়তন 1056 ঘন সেমি এবং বাহিরের ব্যাস 14 সেমি এবং উচ্চতা 7 সে.মি. হলে এর পুরুত্ব নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ এখানে, ব্যাস $= 14$ সেমি



$\therefore$ ব্যাসার্ধ $r = \frac{14}{2} = 7$ সেমি

উচ্চতা $= h = 7$ সেমি

আমরা জানি, ফাঁপা সিলিন্ডার এর আয়তন $= \pi R^2 h - \pi r^2 h$

$$= \pi h(R^2 - r^2)$$

এখানে, ব্যাস $= 14$ সেমি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ $r = \frac{14}{2} = 7$ সেমি

উচ্চতা $= h = 7$ সেমি

শর্তমতে, $1056 = \pi h(R^2 - r^2)$

$$\Rightarrow 1056 = \frac{22}{7} \times 7(7^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow 22(49 - r^2) = 1056$$

$$\Rightarrow 49 - r^2 = \frac{1056}{22} = 48$$

$$\Rightarrow -r^2 = 48 - 49$$

$$\Rightarrow -r^2 = -1$$

$$\Rightarrow r^2 = 1$$

$$\therefore r = 1$$

$\therefore$ সিলিন্ডারের পুরুত্ব $=$ বাহিরের ব্যাসার্ধ $-$ ভেতরের ব্যাসার্ধ

$= R - r = 7 - 1 = 6$ সেমি (**Ans.**)

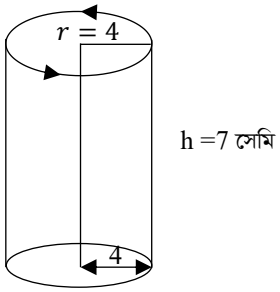
*** ৫। একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 7 সেমি ও প্রস্থ 4 সেমি। এর দৈর্ঘ্যের এক বাহুকে অক্ষ ধরে অন্য বাহুকে এর চারদিকে পূর্ণ একবার ঘুরালে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয়, তার আয়তন ও সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

সমাধান ঃ ঘনবস্তুটি হবে একটি সিলিন্ডার, যার ভূমির ব্যাসার্ধ, r=4 সেমি এবং উচ্চতা, $h = 7$ সেমি

আমরা জানি,

ঘনবস্তুটির (সিলিন্ডার) আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

$$\therefore V = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times 4^2 \times 7$$
$$= 352 \text{ সেমি } (\textbf{Ans.})$$



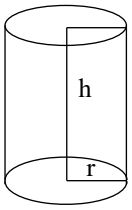
আবার, আমরা জানি, ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(h+r)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 4(7+4)$$
$$= \frac{176}{7} \times 11$$
$$= 276.57 \text{ বর্গ সেমি } (\textbf{Ans.})$$

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সেমি এবং এর আয়তন 150 ঘন সেমি হলে, সিলিন্ডার এর উচ্চতা ও ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো-২০০৪, ০৮, ১০'পরি, ১৫'টেক্স

সমাধান ঃ মনে করি, সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ $= r$ সেমি এবং উচ্চতা $= h$ সেমি



আমরা জানি, সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের

বক্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

প্রশ্নমতে, $2\pi rh = 100 - - - -(1)$

এবং আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

প্রশ্নমতে, $\pi r^2 h = 150 - - - - - (2)$

(2) নং কে (1) নং দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{\pi r^2 h}{2\pi r h} = \frac{150}{100}$

$$\Rightarrow \frac{r}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow r = \frac{3}{2} \times 2$$

$$\therefore r = 3 \text{ সেমি}$$

r এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই, $2\pi r h = 100$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times h = 100$$

$$\Rightarrow 132h = 100 \times 7 \quad \text{[বজ্রগুণন করে]}$$

$$\Rightarrow h = \frac{700}{132}$$

$$\therefore h = 5.3 \text{ সেমি}$$

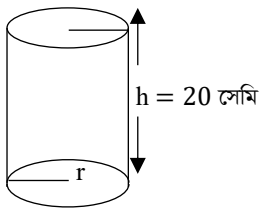
∴ সিলিন্ডার এর ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সেমি এবং উচ্চতা 5.3 সেমি **(Ans.)**

**** ২। একটি সিলিন্ডারের উচ্চতা 20 সেমি এবং এর ভূমির ব্যাস 14 সেমি হলে এর আয়তন ও বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো-২০০৫

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, সিলিন্ডারের উচ্চতা, $h = 20$ সেমি,

ভূমির ব্যাস, $d = 14$ সেমি

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} = 7$ সেমি



আমরা জানি, সিলিন্ডারের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল× উচ্চতা

$$\therefore V = \pi r^2 h$$
$$= \frac{22}{7} \times 7^2 \times 20$$
$$= 3080 \text{ ঘন সে.মি.}$$

আবার আমরা জানি,

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

$$= 2\pi r h$$
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 20$$
$$= 880 \text{ বর্গ সেমি}$$

∴ সিলিন্ডারের আয়তন 3080 ঘন সেমি

এবং বক্রতলের ক্ষেত্রফল 800 বর্গ. সেমি (**Ans.**)

অধ্যায়-১৩ পিরামিড-এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সূত্রটি লেখ।**

সমাধান ঃ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল=পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল+ভূমির ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}Pl + A$$

***** ২। একটি পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল 50 সে.মি. এবং উচ্চতা 15 সে.মি. হলে এর আয়তন কত?** বাকাশিবো- ১৯৯১, ০১'পরি, ০২, ০৫, ১২, ১৩

সমাধান ঃ এখানে, $A = 50$ বর্গ সে.মি.

$h = 15$ সে.মি.

আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন, $V = \frac{1}{3}Ah$

$$\text{বা, } V = \frac{1}{3} \times 50 \times 15$$
$$= 50 \times 5$$
$$= 250 \text{ ঘন সে.মি. } \textbf{(Ans.)}$$

*** ৩। পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল 50 বর্গ মিটার, উচ্চতা 10 মিটার হলে আয়তন কত?** বাকাশিবো- ১৯৯০, ৯২, ২৪'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন, $V = \frac{1}{3}Ah$

$$= \frac{1}{3} \times 50 \times 10$$

$$= \frac{500}{3}$$

$= 166.67$ ঘন মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

**** ৪। বর্গাকার ভূমি বিশিষ্ট পিরামিডের উচ্চতা 6 সে.মি. এবং ভূমির পরিসীমা 20 সে.মি. হলে আয়তন কত?** বাকাশিবো- ২০০১, ১১

সমাধান ঃ মনে করি, বর্গাকার ভূমির বাহু $= a$ সে.মি.

আমরা জানি, বর্গাকার ভূমির পরিসীমা $= 4a$

বা, $4a = 20$

বা, $a = \frac{20}{4} = 5$ সে.মি.

$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = a^2 = 5^2 = 25$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3}Ah = \frac{1}{3} \times 25 \times 6$

$= 25 \times 2 = 50$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি পিরামিড 10 মিটার, 10 মিটার ও 12 মিটার বাহু বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজাকার ভূমির উপর দন্ডায়মান। এর উচ্চতা 12 মিটার হলে পিরামিডের আয়তন কত?** বাকাশিবো- ১৯৯১, ৯২'পরি, ১২, ২৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, পিরামিডের ভূমির বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = 10$ মিটার, $b = 10$ মিটার, $c = 12$ মিটার এবং উচ্চতা $h = 12$ মিটার

আমরা জানি, পরিসীমা $2s = a + b + c$

$\therefore s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{10+10+12}{2} = \frac{32}{2} = 16$ [এখানে s হলো অর্ধপরিসীমা]

$\therefore$ পিরামিডটির ভূমির ক্ষেত্রফল,

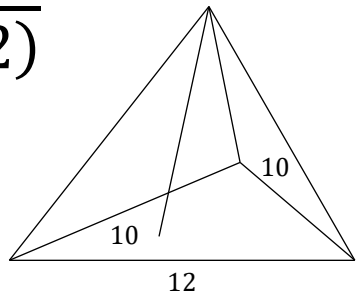
$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ [ভূমি একটি ত্রিভূজ]

$= \sqrt{16(16-10)(16-10)(16-12)}$

$= \sqrt{16 \times 6 \times 6 \times 4}$

$= \sqrt{2304}$

$= 48$ বর্গ মিটার



$\therefore$ পিরামিডটির আয়তন, $V = \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3}Ah = \frac{1}{3} \times 48 \times 12$

$= 48 \times 4$

$= 192$ ঘন মিটার **(Ans.)**

***** ২। একটি সমপিরামিডের ভূমি আয়তাকার। যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 18 সে.মি. এবং 12 সে.মি.। এর দীর্ঘতম বাহুর দিকে হেলানো উচ্চতা 15 সে.মি হলে পিরামিডের আয়তন কত?**

বাকাশিবো- ১৯৯০,৯১, ১১, ১৩, ১৫

সমাধান ঃ মনে করি, OABCD আয়তাকার পিরামিডের ভূমির দৈর্ঘ্য AB= 18 সে.মি. প্রস্থ BC=12 সে.মি. এবং হেলানো উচ্চতা OE=15 সে.মি.

আমরা জানি, পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল, $A =$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$A = 18\times12=216$ বর্গ সে.মি.

OGE সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

বা, $OE^2 = OG^2 + GE^2$

বা, $OG^2 = OE^2 - GE^2$

বা, $OG^2 = (15)^2 - 6^2$

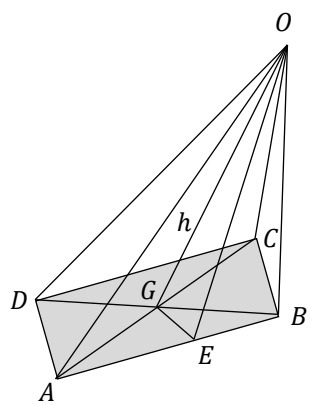
বা, $OG^2 = 225 - 36$

বা, $OG^2 = 189$

বা, $h = OG = \sqrt{189}$

$= 13.75$ সে.মি

$BC = 2GE$, যেহেতু আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে



$\therefore$ পিরামিডটির আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3}Ah$

$= \frac{1}{3} \times 216 \times 13.75$

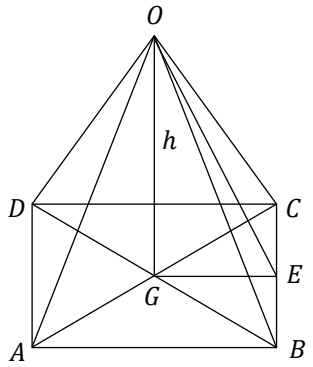
$=72\times13.75 =990$ ঘন সে.মি **(Ans.)**

***** ৩। একটি পিরামিড 12 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 9 সে.মি. প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত। ক্ষুদ্রতম বাহুর পার্শ্বতল হতে হেলানো উচ্চতা 10 সে.মি হলে পিরামিডের আয়তন বের কর।**

বাকাশিবো- ২০০১'পরি, ০৬, ১০'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, $OABCD$ ত্রিভুজের দৈর্ঘ্য $AB = 12$ সে.মি. এবং প্রস্থ $BC = 9$ সে.মি. এবং হেলানো তলের উচ্চতা $OE = 10$ সে.মি.

ত্রিভুজ OGE হতে পাই,



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$$OE^2 = OG^2 + GE^2$$

$$OG^2 = OE^2 - GE^2$$

$$OG^2 = (10)^2 - 6^2$$

$$OG^2 = 100 - 36 \qquad [GE = \frac{AB}{2} = 6 \text{ সে. মি.}]$$

$$OG^2 = 64$$

$$\therefore OG = 8$$

$$\therefore h = 8 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 9 \times 8$

$= 288$ ঘন সে.মি **(Ans.)**

*** ৪। একটি সমপিরামিডের ভূমি 12 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ক্ষেত্র। এর আয়তন 576 ঘন সে.মি. হলে, পিরামিডের উচ্চতা নির্ণয় কর।

বাকাশিবো- ১৯৯২, ২০১৪, ১৯'পরি

সমাধান ঃ এখানে, ভূমি $= 12$ সে.মি.

আয়তন $V = 576$ ঘন সে.মি.

মনে করি, পিরামিডের উচ্চতা $= h$ সে.মি.

আমরা জানি, বর্গাকার পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $A = (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^2$

$= (12)^2 = 144$

আবার আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

বা, $576 = \frac{1}{3} \times 144 \times h$

বা, $144h = 1728$

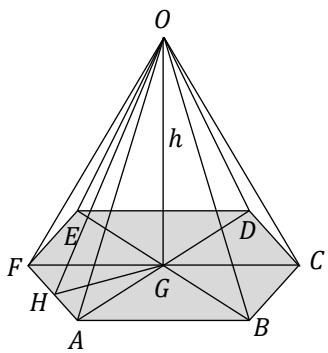
বা, $h = \frac{1728}{144}$

$\therefore h = 12$ সে.মি. **(Ans.)**

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। একটি ষড়ভুজাকৃতি ভূমিবিশিষ্ট পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $54\sqrt{3}$ বর্গ একক এবং পার্শ্বস্থ প্রত্যেকটি তলের ক্ষেত্রফল $9\sqrt{6}$ বর্গ একক। পিরামিডের আয়তন বের কর। বাকাশিবো- ১৯৮৬, ৮৭, ৮৮, ৮৯

সমাধান ঃ মনে করি, $OABCDE$ ষড়ভুজাকৃতি পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য a একক।



$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

বা, $54\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

বা, $3a^2 = 108$

বা, $a^2 = \frac{108}{3} = 36$

$\therefore a = 6 = AF$

যেহেতু, ΔAGF সমবাহু ত্রিভুজ

[ষড়ভুজের অন্তস্থ ত্রিভুজ ৬ টি সমবাহু ত্রিভুজ হবে]

$\therefore$ মধ্যমা $GH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ বাহু

$GH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6$

$= 3\sqrt{3}$ একক

আর পার্শ্বতল AOF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} AF.OH$

বা, $9\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times OH$

বা, $310H = 9\sqrt{6}$

বা, $OH = \frac{9\sqrt{6}}{3}$

$\therefore OH = 3\sqrt{6}$ একক

সমকোণী ত্রিভুজ OGH হতে পাই, $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $OA^2 = OG^2 + GH^2$

বা, $OG^2 = OH^2 - GH^2$

বা, $OG^2 = \left(3\sqrt{6}\right)^2 - \left(3\sqrt{3}\right)^2$

বা, $OG^2 = (9 \times 6) - (9 \times 3)$

বা, $OG^2 = 54 - 27$

বা, $OG = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3} = h$

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $V = \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 54\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$

$= 18 \times \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$

$= 54 \times \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 54 \times 3 = 162$ ঘন একক **(Ans.)**

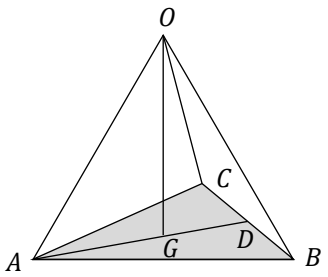
**** ২। একটি সমপিরামিডের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজ, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.। পিরামিডের হেলানো ধারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে এর আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০০'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, OABC পিরামিডের ভূমি ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, যার বাহু a=6 সে.মি. এবং এর হেলানো ধারের দৈর্ঘ্য OA=8 সে.মি.।

$\therefore$ মধ্যমা $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ $[AG : AD = 2 : 3]$

$\therefore AG = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$ সে.মি.

[G = ভরকেন্দ্র, $\therefore AG : GD = 2 : 1$]



[**Note** ঃ ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ভরকেন্দ্র বলে, আর ভরকেন্দ্র 2:1 এ অন্তর্বিভক্ত হয়]

OAG সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

$$\text{বা, } OA^2 = OG^2 + AG^2$$

$$\text{বা, } OG^2 = OA^2 - AG^2$$

$$\text{বা, } h = OG = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{3})^2}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{64 - (4 \times 3)}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{64 - 12}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{52}$$

$$\therefore h = 7.21 \text{ সে.মি.}$$

আমার জানি,

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36$

$= 9 \times \sqrt{3}$

$= 15.59$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $V = \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3}Ah$

$= \frac{1}{3} \times 15.59 \times 7.21$

$= \frac{112.4}{3}$

$= 37.47$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

ΔOAB সমবাহু ত্রিভুজ ।

$\therefore$ ধারের দৈর্ঘ্য $a = 8 = OA = OB$

ভুমি, $C - 6 = AB$

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{C}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$

এখানে, $a = 8$ সে.মি.

$c = 6$ সে.মি.

আবার, পিরামিডের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= 3 \times \frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$

$$= 3 \times \frac{6}{4}\sqrt{(4 \times 8)^2 - 6^2}$$
$$= \frac{18}{4} \times \sqrt{256 - 36}$$
$$= \frac{18}{4} \times \sqrt{220}$$
$$= \frac{18}{4} \times 14.8$$
$$= 66.75 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

∴ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = পার্শ্বস্থলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল

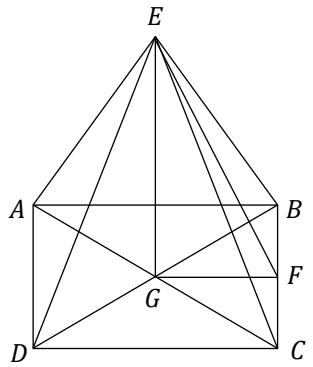
$$= (66.75 + 15.59)$$
$$= 82.3 \text{ বর্গ সে.মি. } \textbf{(Ans.)}$$

**** ৩। একটি পিরামিড 10 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট বর্গাকার ভূমির উপর অবস্থিত। এটির উচ্চতা 12 সে.মি. হলে পিরামিডের আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০১৩, ১৮'পরি

সমাধান ঃ দেওয়া আছে,

পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য $= 10$ সে.মি.

এবং উচ্চতা $= 12$ সে.মি.



∴ বর্গাকৃতি পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $= (\text{বাহু})^2$

$$= 10 \times 10$$
$$= 100 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন $V = \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 100 \times 12$

$= 400$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

চিত্র হতে, $GF = \frac{1}{2} \times CD = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ সে.মি.

EGF সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $EF^2 = EG^2 + GF^2$

$= (12)^2 + 5^2$

$= 144 + 25 = 169$

$\therefore$ হেলানো উন্নতি, $EF = 13$ সে.মি.

আবার ভূমির পরিসীমা $= 4 \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= 4 \times 10 = 40$ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল, $= \frac{1}{2} \times$ ভূমির পরিসীমা $\times$ হেলানো উন্নতি

$= \frac{1}{2} \times 40 \times 13$

$= 20 \times 13$

$= 260$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল

$= 260 + 100$

$= 360$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

অধ্যায়-১৪ কোণ ও গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। কোণের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ।**

বাকাশিবো- ২০০৬, ১০'পরি, ১১'পরি, ১৩, ১৫, ১৫'পরি

সমাধান ঃ কোণের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r(l + r)$

এখানে, $r =$ ব্যাসার্ধ ও $l =$ হেলানো উন্নতি।

***** ২। 2 সেমি ব্যাসার্ধ ও 4 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট একটি সমবৃত্তভূমিক কোণের হেলানো উচ্চতা কত?**

বাকাশিবো- ২০১৫, ২৫'পরি

সমাধান ঃ এখানে, $r = 2$ সেমি

$h = 4$ সেমি

কোণের হেলানো উচ্চতা, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{2^2 + 4^2}$

$= \sqrt{4 + 16}$

$= \sqrt{20}$

$= \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$ সেমি (**Ans.**)

***** ৩। গোলকের আয়তনের সূত্রটি লেখ।**

বাকাশিবো- ২০১২

সমাধান ঃ গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ [এখানে, $r =$ ব্যাসার্ধ]

***** ৪। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ 6 সেমি হলে এর আয়তন কত?**

বাকাশিবো- ২০২৩

সমাধান ঃ আমরা জানি,

$$\text{গোলকের আয়তন} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \times (6)^3$$
$$= \frac{4\pi}{3} \times 216 [\pi = \frac{22}{7}]$$
$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 72 = \frac{6336}{7}$$
$$= 905.14 \text{ ঘন সেমি } (\textbf{Ans.})$$

**** ৫। 8 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?**

বাকাশিবো- ২০০৯, ২৪

সমাধান ঃ আমরা জানি, গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$

$$= 4 \times \pi \times 8^2$$
$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 64$$
$$= 804.57 \text{ বর্গ সেমি } (\textbf{Ans.})$$

***** ৬। একটি গোলক পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 616 বর্গ সেমি হলে তার ব্যাস ও আয়তন কত?**

বাকাশিবো- ২০০১, পরি, ০৩, ০৫, ০৬, ১৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, গোলকটির ব্যাসার্ধ $= r$ সেমি

আমরা জানি, গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$

প্রশ্নমতে, $4\pi r^2 = 616$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 616$$

$\Rightarrow 88r^2 = 4312$

$\Rightarrow r^2 = \frac{4312}{88} = 49$

$\therefore r = 7$ সেমি।

$\therefore$ গোলকের ব্যাস $= 2r = 2 \times 7 = 14$ সেমি **(Ans.)**

এবং আয়তন $= \frac{4\pi r^3}{3}$

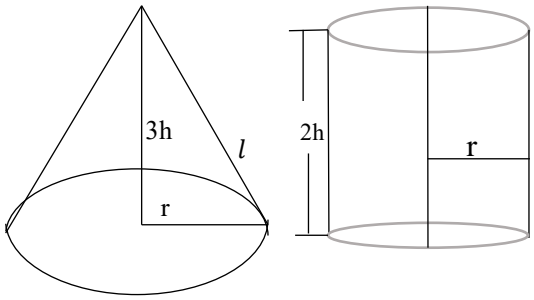
$= \frac{4 \times \frac{22}{7} \times 7^3}{3}$

$= \frac{4 \times 22 \times 343}{3 \times 7} = 1437.33$ ঘন সেমি **(Ans.)**

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। একটি সমবৃত্তভূমিক কোণ ও একটি সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ সমান। এদের উচ্চতার অনুপাত 3 :2 হলে দেখাও যে আয়তনের অনুপাত 1 :2 হবে।** বাকাশিবো- ১৯৮৬-৮৭, ৮৭-৮৮, ২০১৩'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, সমবৃত্তভূমিক কোণের উচ্চতা $3h$ ও সিলিন্ডারের উচ্চতা $2h$ এবং এদের ব্যাসার্ধ r।



আমরা জানি, সমবৃত্তভূমিক কোণের

আয়তন, $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ [h অনুপাতের সাধারন মান]

$= \frac{1}{3}\pi r^2 3h \quad [h = 3h]$

$= \pi r^2 h$ ঘন একক।

এবং সিলিন্ডারের আয়তন, $V_2 = \pi r^2 h$

$= \pi r^2 \times h \qquad [h = 2h]$

$= 2\pi r^2 h$

এখন, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 h}{2\pi r^2 h} = \frac{1}{2}$

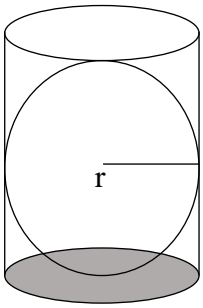
$\therefore V_1 : V_2 = 1 : 2$

$\therefore$ অর্থাৎ এদের আয়তনের অনুপাত $1 : 2$ **(দেখানো হলো)**

***** ২। 6 সেমি, 8 সেমি, 10 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকের সমন্বয়ে গঠিত গোলকের ব্যাসার্ধ ও পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ২০০৬, ১৫'পরি'টেক্স

সমাধান ঃ মনে করি, 6 সেমি, 8 সেমি ও 10 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলক তিনটির আয়তন যথাক্রমে $V_1,\ V_2, V_3$ ঘন সেমি এবং এদের সংমিশ্রণে গঠিত গোলকের আয়তন V ঘন সেমি ও ব্যাসার্ধ R সেমি।



$\therefore$ ১ম গোলকের আয়তন, $V_1 = \frac{4\pi r^3}{3}$

$= \frac{4\pi \times 6^3}{3}$

$= \frac{4}{3}\pi \times 216$

$\therefore$ ২য় গোলকের আয়তন, $V_2 = \frac{4\pi \times 8^3}{3} = \frac{4}{3}\pi \times 512$

$\therefore$ ৩য় গোলকের আয়তন, $V_3 = \frac{4\pi \times (10)^3}{3} = \frac{4}{3}\pi \times 1000$

প্রশ্নমতে, $V = V_1 + V_2 + V_3$

$\Rightarrow \frac{4\pi}{3}R^3 = \left(\frac{4}{3}\pi \times 216\right) + \left(\frac{4}{3}\pi \times 512\right) + \left(\frac{4}{3}\pi \times 1000\right)$

$\Rightarrow \frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{4}{3}\pi(216 + 512 + 1000)$

$\Rightarrow R^3 = 1728$

$\therefore R = \sqrt[3]{1728} = 12$ সেমি (**Ans.**)

$\therefore$ নতুন গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 4\pi R^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times (12)^2$

$= 1810.29$ ব. সেমি (**Ans.**)

**** ৩। 3 সেমি, 4 সেমি ও 5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি ঘন গোলাকার বল গলিয়ে একটি ঘন গোলাকার বলে পরিণত হল। নতুন বলটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০২০'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, নতুন বলটির ব্যাসার্ধ $= R$ সেমি

$\therefore$ ১ম বলটির আয়তন, $V_1 = \frac{4}{3}\pi(r_1)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3$

২য় বলটির আয়তন, $V_2 = \frac{4}{3}\pi(r_2)^2 = \frac{4}{3}\pi \times 4^3$

এবং ৩য় বলটির আয়তন, $V_3 = \frac{4}{3}\pi(r_3)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 5^3$

আবার, নতুন বলটির আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

প্রশ্নমতে, $V = V_1 + V_2 + V_3$

$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 + \frac{4}{3}\pi \times 4^3 + \frac{4}{3}\pi \times 5^3$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(27+64+125)$$
$$\Rightarrow R^3 = 216$$
$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{(6)^3}$$
$$\therefore R = 6 \text{ সেমি } (\textbf{Ans.})$$

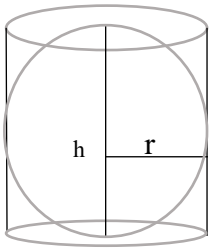
SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

***** ১। 66 সেমি পরিধিবিশিষ্ট একটি গোলক, সিলিন্ডার আকার বিশিষ্ট একটি বাক্সে ঠিক পুরোপুরি খাপ খায়। বাক্সের খালি স্থানের আয়তন কত?**

বাকাশিবো- ২০০৭, ১৩'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, গোলকের ব্যাসার্ধ $= r$ সেমি

আমরা জানি, গোলকের পরিধি $= 66$



$$\Rightarrow 2\pi r = 66$$
$$\therefore r = \frac{66}{2\pi} = \frac{66}{2\times\frac{22}{7}} = \frac{66\times7}{2\times22} = 10.5 \text{ সেমি}$$

$\therefore$ গোলকটির আয়তন, $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times(10.5)^3$$
$$= 4851 \text{ ঘন সেমি}$$

যেহেতু, গোলকটির বাক্সটির মধ্যে পুরোপুরি খাপ খায়,

$\therefore$ বাক্সটির ব্যাসার্ধ $r = 10.5$ সেমি

এবং এর উচ্চতা, $h = 2r = 2\times10.5 = 21$ সেমি।

∴ সিলিন্ডারের আকৃতির বাক্সটির আয়তন, $V_2 = \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (10.5)^2 \times 21$

$= 7276.5$ ঘন সেমি

∴ বাক্সটির খালিস্থানের আয়তন = বাক্সটির আয়তন − গোলকের আয়তন

$= V_2 - V_1$

$= (7276.5 - 4851)$

$= 2425.5$ ঘন সেমি (**Ans.**)

***** ২। 6 সেমি ব্যাসবিশিষ্ট একটি ঘন গোলক (নিরেট গোলক) নলে (ফাঁপা সিলিন্ডার) পরিণত করাতে উক্ত নলটির দৈর্ঘ্য 4 সেমি এবং এর বাইরের ব্যাস 10 সেমি। হলে নলটির বেধ নির্ণয় কর।**

বাকাশিবো- ১৯৯০, ৯১, ৯৩, ২০০৯

সমাধান ঃ দেওয়া আছে, দৈর্ঘ্য $l = 4$ সেমি।

মনে করি, নলটির ভিতরের ব্যাসার্ধ $= r$ সেমি

∴ বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{r}{2} = \frac{10}{2} = 5$ সেমি।

∴ নলটির আয়তন $= \pi(R^2 - r^2) \times l$

$= \pi(5^2 - r^2) \times 4$

$= 4\pi(25 - r^2)$ ঘন সেমি

গোলকের ব্যাসার্ধ $= \frac{6}{2} = 3$ সেমি

গোলকের আয়তন $= \frac{4 \times \pi \times 3^3}{3}$

$= 36\pi$ ঘন সেমি।

প্রশ্নমতে, $4\pi(25 - r^2) = 36\pi$

$\Rightarrow 25 - r^2 = 9$ [4 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow -r^2 = 9 - 25$

$\Rightarrow -r^2 = -16$

$\Rightarrow r^2 = 16$

$\therefore r = \sqrt{16} = 4$ সেমি।

$\therefore$ নলটির বেধ $= R - r = 5 - 4 = 1$ সেমি **(Ans.)**

***** ৩। 6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 6 সেমি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট সিলিন্ডার আকারের একটি নিরেট দন্ডে পরিণত করা হল। দন্ডের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০২, ০৩, ০৪, ১৫, ২৪

সমাধান ঃ মনে করি, দন্ডটির দৈর্ঘ্য $= l$ সেমি

$\therefore$ দন্ডটির আয়তন $= \pi r^2 l = \pi \times 6^2 \times l = 36\pi l$ ঘন সেমি।

আমরা জানি, গোলকটির আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 6^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 216$

$= 288\pi$ ঘন সেমি।

প্রশ্নমতে, $36\pi l = 288\pi$

$\Rightarrow l = \frac{288\pi}{36\pi} = 8$ সেমি **(Ans.)**